

## PROPORTIONNALITE

### I) Définition :

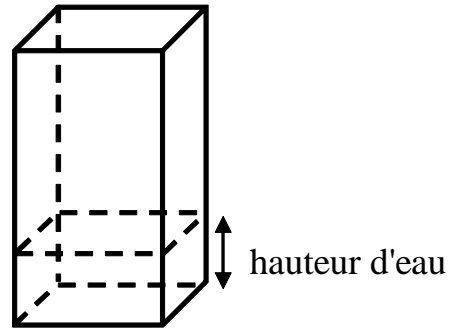
#### Définition:

Dans un tableau, si les quotients d'un nombre de la seconde ligne par le nombre correspondant de la première ligne sont égaux alors :

- On dit que les nombres de la seconde ligne sont proportionnels à ceux de la première ligne.
- La valeur de ces quotients s'appelle le coefficient de proportionnalité.

#### Exemple 1 :

Un réservoir est constitué d'un parallélépipède rectangle. On le remplit d'eau. Le tableau ci-dessous donne la hauteur d'eau (en cm) en fonction de la durée de remplissage (en seconde).



Durée (en s)	0	12	24	33	36
Hauteur d'eau (en cm)	0	10	20	27,5	30

Est-ce une situation de proportionnalité ? Si oui, donner le coefficient de proportionnalité.

#### Exemple 2 :

Un opérateur téléphonique a proposé à un client un nouvel abonnement. Le prix dépend du temps de communication comme indiqué dans le tableau suivant.

Temps de communication (en minute)	20	50	80	120
Prix (en €)	14	17	20	24

Est-ce une situation de proportionnalité ? Si oui, donner le coefficient de proportionnalité.

## II) Activité :

### III) Calcul d'une quatrième proportionnelle :

#### 1) En utilisant la définition de la proportionnalité:

Le tableau suivant donne les prix d'un opérateur Internet.

On sait que ces prix sont proportionnels à la durée de connexion.

On veut compléter le tableau suivant.

Durée de connexion (en minute)	7	10,5	b
Prix (en €)	2,8	a	3,4

Calculons le coefficient de proportionnalité  $k$  :

$$k = \frac{2,8}{7} = 0,4$$

Calculons  $a$  :

$$a = 10,5 \times 0,4 = 4,2$$

Calculons  $b$  :

$$b = \frac{3,4}{0,4} = 8,5$$

#### 2) En utilisant le produit en croix:

Reprenons l'exemple précédent

7	10,5
2,8	a

Pour calculer  $a$ , on effectue un produit en croix

$$a = \frac{2,8 \times 10,5}{7} = 4,2$$

7	b
2,8	3,4

Pour calculer  $b$ , on effectue aussi un produit en croix

$$b = \frac{7 \times 3,4}{2,8} = 8,5$$

Justification:

On donne le tableau de proportionnalité suivant :

a	a'
b	b'

avec  $a \neq 0$

Calculons le coefficient de proportionnalité  $k$  :

$$k = \frac{b}{a} \quad \text{car } a \neq 0$$

On a alors

$$b' = k \times a'$$

$$b' = \frac{b}{a} \times a' = \frac{b \times a'}{a}$$

Exemple:

On donne le tableau de proportionnalité suivant :

8,5	6	b
a	7,2	1,8

Calculer  $a$  et  $b$  en utilisant le produit en croix.

Remarque:

Quand on calcule une quatrième proportionnelle par la méthode du produit en croix, on n'est pas obligé de calculer le coefficient de proportionnalité.

Quand on fait le produit en croix, il est préférable d'utiliser la valeur de la première ligne et la valeur de la seconde ligne données dans l'énoncé.

Quand on utilise le coefficient de proportionnalité, les calculs sont plus rapides et plus simples mais il ne faut pas faire d'erreur dans le calcul de ce coefficient.

#### IV) Représentation graphique d'une situation de proportionnalité :

##### 1) Propriété :

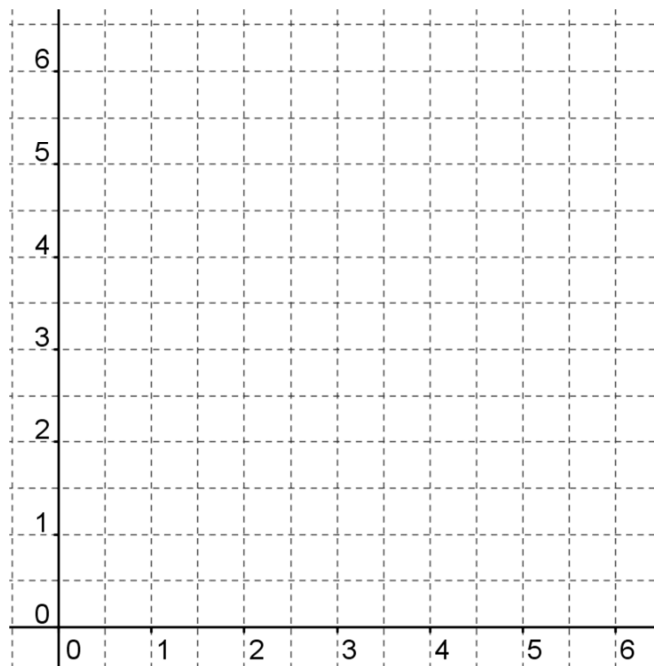
Une situation de proportionnalité est représentée graphiquement, dans un repère, par des points alignés entre eux et avec l'origine du repère.

##### Exemple:

On donne ci-dessous un tableau de proportionnalité.

1	2	3	4
1,5	3	4,5	6

##### 1) Représenter graphiquement cette situation de proportionnalité.



##### 2) Retrouver graphiquement le coefficient de proportionnalité.

##### Remarque:

Les nombres de la première ligne du tableau représentent les abscisses des points et les nombres de la deuxième ligne, les ordonnées des points.

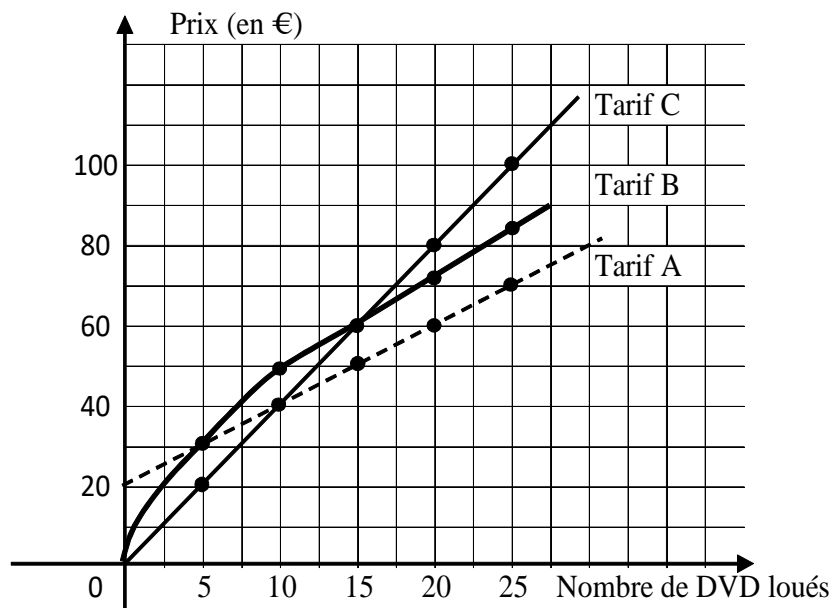
## 2) Réciproque :

Si les points d'un graphique sont alignés entre eux et avec l'origine du repère, alors ces points représentent une situation de proportionnalité.

### Exemple:

Un magasin de location de DVD propose à ses clients trois tarifs différents : tarif A, tarif B et tarif C.

On a représenté graphiquement ces trois tarifs.



Parmi ces trois tarifs, lequel ou lesquels représente une situation de proportionnalité ? Justifier.

V) Pourcentage :

1) Propriété 1:

Pour appliquer un pourcentage  $a$  %, on multiplie par la fraction  $\frac{a}{100}$ .

Exemple:

5 % des habitants d'une ville de 225 000 habitants vont au cinéma une fois par semaine.

Quelle est le nombre d'habitants de cette ville allant au cinéma une fois par semaine ?

2) Propriété 2:

Calculer un pourcentage revient à calculer une quatrième proportionnelle.

Exemple:

Dans un collège de 560 élèves, 168 élèves étudient l'italien.

Quelle est le pourcentage d'élèves étudiant l'italien dans ce collège ?