

NOMBRES RELATIFS EN ECRITURE FRACTIONNAIRE  
FRACTIONS

D) Egalité de quotients :

1) Activité :

2) Quotients égaux :

Propriété :

Un quotient de deux nombres relatifs ne change pas lorsqu'on multiplie ou lorsqu'on divise son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul.

Soit  $a$  un nombre relatif

$b$  un nombre relatif non nul

$k$  un nombre relatif non nul

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k} = \frac{a \div k}{b \div k}$$

Exemples :

$$\frac{8}{18} = \frac{8 \times 3}{18 \times 3} = \frac{24}{54}$$

$$\frac{8}{18} = \frac{8 \div 2}{18 \div 2} = \frac{4}{9}$$

Complétez

$$-\frac{12}{15} = -\frac{\quad}{60}$$

$$-\frac{12}{15} = -\frac{4}{\quad}$$

3) Egalité des produits en croix :

Propriété :

Soient  $a, b, c$  et  $d$  quatre nombres relatifs

$b$  et  $d$  étant non nuls

Si  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  alors  $a \times d = b \times c$

Si  $a \times d = b \times c$  alors  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

Justification :

Soit a, b, c et d quatre nombres relatifs, b et d étant non nuls.

$$\text{Si } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ alors } \frac{a \times d}{b \times d} = \frac{c \times b}{d \times b}$$

On a deux fractions ayant le même dénominateur égales donc leurs numérateurs sont égaux donc  $a \times d = c \times b$ .

$$\text{Si } a \times d = b \times c \text{ alors } \frac{a \times d}{b \times d} = \frac{b \times c}{b \times d} \text{ et donc } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}.$$

Exemples :

Les fractions suivantes sont-elles égales ? Justifier.

$$\text{a) } \frac{221}{136} \text{ et } \frac{247}{152} \quad \text{b) } \frac{13}{14} \text{ et } \frac{167}{182} \quad \text{c) } -\frac{15}{49} \text{ et } \frac{45}{147}$$

II) Addition et soustraction de fractions :

1) Activité :

2) Règle 1 :

Pour additionner (ou soustraire) deux fractions de même dénominateur :

- On additionne les numérateurs
- On garde le dénominateur commun

Soit a, b et c trois nombres relatifs, c étant non nul

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$$

Exemples :

$$\frac{-9}{14} + \frac{3}{14} = \frac{-9+3}{14} = \frac{-6}{14} = -\frac{3}{7}$$

$$\frac{2}{3} - \frac{4}{3} = \frac{2-4}{3} = -\frac{2}{3}$$

### 3) Règle 2 :

Pour additionner (ou soustraire) deux fractions qui n'ont pas le même dénominateur, on doit d'abord les réduire au même dénominateur.

Exemples :

$$\frac{3}{4} + \frac{7}{5}$$

On recherche un multiple commun à 4 et 5 : 20

$$\frac{3 \times 5}{4 \times 5} = \frac{15}{20} \qquad \frac{7 \times 4}{5 \times 4} = \frac{28}{20}$$

$$\text{On a alors } \frac{3}{4} + \frac{7}{5} = \frac{15}{20} + \frac{28}{20} = \frac{15 + 28}{20} = \frac{43}{20}$$

$$\text{Calculer } \frac{5}{6} - \frac{11}{4}$$

Remarque :

Prendre, de préférence, le plus petit multiple commun ; cela évite d'avoir à simplifier le résultat.

### III) Multiplication de fractions :

#### 1) Règle 1 :

Pour multiplier deux fractions, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

Soient a, b, c et d quatre nombres relatifs, b et d étant non nuls

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

Exemple :

$$\frac{3}{4} \times \frac{(-5)}{6} = \frac{3 \times (-5)}{4 \times 6} = \frac{-15}{24}$$

2) Cas particulier :

Soient a, b et c trois nombres relatifs, c étant non nul

$$a \times \frac{b}{c} = \frac{a \times b}{c}$$

Justification :

Soient a, b et c trois nombres relatifs, c étant non nul

$$a \times \frac{b}{c} = \frac{a}{1} \times \frac{b}{c} = \frac{a \times b}{1 \times c} = \frac{a \times b}{c}$$

Exemple :

$$5 \times \frac{(-2)}{11} = \frac{5 \times (-2)}{11} = \frac{-10}{11}$$

IV) Division de fractions :

1) Inverse d'un nombre relatif non nul :

a) Définition :

Deux nombres relatifs sont inverses lorsque leur produit est égal à 1.

Exemples :

$5 \times 0,2 = 1$  donc 0,2 est l'inverse de 5 ou 5 est l'inverse de 0,2.

$-10 \times (-0,1) = 1$  donc -0,1 est l'inverse de -10.

$4 \times (-0,25) = -1 \neq 1$  donc -0,25 n'est pas l'inverse de 4.

Exemple :

Il existe aucun nombre qui, multiplié par 0, donne 1 donc 0 n'a pas d'inverse.

b) Activité :

c) Propriété 1:

Soit a un nombre relatif non nul. L'inverse de a est  $\frac{1}{a}$ .

Justification :

Soit  $x$  un nombre relatif non nul

$$x \times \frac{1}{x} = \frac{x \times 1}{x} = \frac{x}{x} = 1$$

Exemples :

L'inverse de 3 est  $\frac{1}{3}$ .

L'inverse de -7 est  $\frac{1}{-7} = -\frac{1}{7}$ .

Remarque :

Il ne faut pas confondre inverse et opposé.

L'opposé de 5 est  $-5$ .

L'inverse de 5 est  $\frac{1}{5}$ .

d) Propriété 2:

Soit  $a$  et  $b$  deux nombres relatifs non nuls. L'inverse de  $\frac{a}{b}$  est  $\frac{b}{a}$ .

Justification :

Soit  $a$  et  $b$  deux nombres relatifs non nuls

$$\frac{a}{b} \times \frac{b}{a} = \frac{a \times b}{b \times a} = 1$$

Exemples :

L'inverse de  $\frac{5}{4}$  est  $\frac{4}{5}$ .

L'inverse de  $-\frac{2}{7}$  est  $-\frac{7}{2}$ .

2) Division de fractions:

a) Propriété :

Diviser par un nombre non nul revient à multiplier par son inverse.

Soit  $a$  et  $b$  deux nombres relatifs,  $b$  étant non nul.

$$a \div b = \frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$$

Exemples:

$$4 \div 11 = \frac{4}{11} = 4 \times \frac{1}{11}$$

$$-5 \div \left(\frac{2}{3}\right) =$$

$$8 \div \left(\frac{7}{4}\right) =$$

b) Cas particulier:

Soit a, b, c et quatre nombres relatifs, b, c et d étant non nuls.

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$$

Exemples :

$$\frac{\frac{3}{2}}{-\frac{8}{11}} = \frac{3}{2} \times \left(-\frac{11}{8}\right) = -\frac{33}{16}$$

$$\frac{\frac{4}{5}}{\frac{3}{5}} = \frac{4}{5} \times \frac{1}{3} = \frac{4}{15}$$

Remarque :

Pour tout nombre relatif a non nul

$$\frac{1}{\frac{1}{a}} = a$$

Justification :

Soit a un nombre relatif non nul

$$\frac{\frac{1}{\frac{1}{a}}}{a} = 1 \times \frac{a}{1} = a$$

Exemples :

$$\frac{\frac{1}{-\frac{1}{2}}}{-2} = -2$$

$$\frac{\frac{1}{\frac{1}{7}}}{7} = 7$$

V) Schéma récapitulatif :