

COSINUS D'UN ANGLE AIGU D'UN TRIANGLE RECTANGLE

I) Activité :

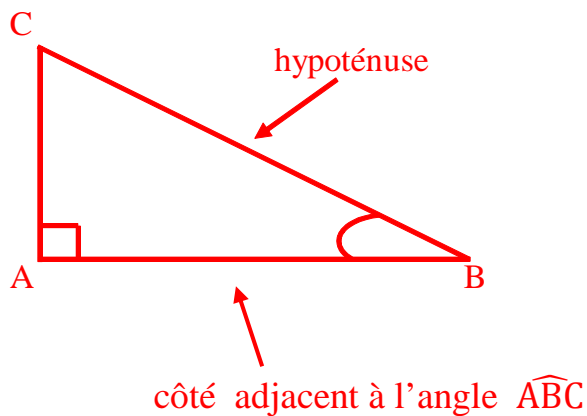
II) Cosinus d'un angle aigu d'un triangle rectangle:

1) Définition :

Soit ABC un triangle rectangle en A .

On appelle cosinus de l'angle \widehat{ABC} , le quotient de la longueur du côté adjacent à l'angle \widehat{ABC} par la longueur de l'hypoténuse.

On note $\cos \widehat{ABC} = \frac{BA}{BC}$.

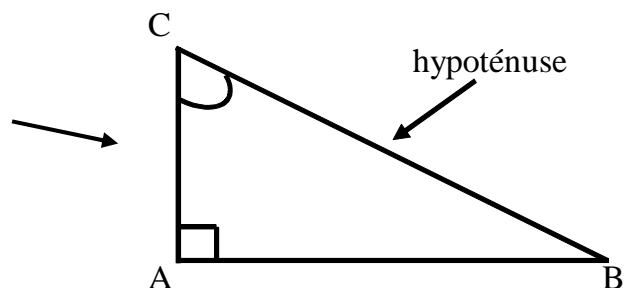


Le triangle ABC est rectangle en A

$$\text{donc } \cos \widehat{ABC} = \frac{BA}{BC}$$

2) Remarque :

côté adjacent à l'angle \widehat{ACB}



Le triangle ABC est rectangle en A

$$\text{donc } \cos \widehat{ACB} = \frac{CA}{CB}$$

3) Exemples :

Exemple 1:

Soit MNP un triangle rectangle en M tel que $NP = 6 \text{ cm}$ et $MN = 5 \text{ cm}$.

- 1) Construire le triangle MNP et coder la figure.
- 2) Calculer le cosinus de l'angle \widehat{MNP} .

Exemple 2:

Soit ABC un triangle rectangle en B tel que $BC = 4,5 \text{ cm}$ et $AB = 6 \text{ cm}$.

- 1) Construire le triangle ABC et coder la figure.
- 2) Calculer le cosinus de l'angle \widehat{ACB} .

III) Calcul d'une longueur à l'aide du cosinus d'un angle aigu:

Connaissant la mesure d'un angle aigu et la longueur d'un côté d'un triangle rectangle, on peut calculer la longueur des autres côtés.

Exemple 1:

Soit IKL un triangle rectangle en K tel que $\widehat{ILK} = 50^\circ$ et $IL = 9 \text{ cm}$.

- 1) Construire le triangle IKL et coder la figure.
- 2) Calculer la longueur KL. (On donnera l'arrondi au dixième).

Exemple 2:

Soit ABC un triangle rectangle en B tel que $BC = 4 \text{ cm}$ et $\widehat{BAC} = 30^\circ$.

- 1) Construire le triangle ABC et coder la figure.
- 2) Calculer la longueur AC.
- 3) Calculer la valeur exacte de la longueur AB puis donner l'arrondi au dixième de cm.

Remarque:

Attention ! La calculatrice doit-être en degré.

IV) Calcul de la mesure d'un angle connaissant son cosinus:

Pour calculer la mesure d'un angle connaissant le cosinus de cet angle, on utilise la touche de la calculatrice : \cos^{-1} , arccosinus (acs).
La calculatrice doit être en degré.

Exemple :

Calculer une mesure de l'angle \widehat{BAC} tel que :
(on donnera l'arrondi au degré)

$$1) \cos \widehat{BAC} = \frac{5}{8} \quad 2) \cos \widehat{BAC} = \frac{1}{2} \quad 3) \cos \widehat{BAC} = \frac{9}{10} \quad 4) \cos \widehat{BAC} = \frac{3}{17}$$

V) Calcul de la mesure d'un angle connaissant les longueurs de deux des côtés du triangle:

Connaissant les longueurs de deux des côtés d'un triangle rectangle, on peut calculer la mesure de chacun de ces angles.

Exemple 1:

Soit RST un triangle rectangle en T tel que $RS = 6,5 \text{ cm}$ et $RT = 5 \text{ cm}$.

- 1) Construire le triangle RST et coder la figure.
- 2) Calculer une mesure de l'angle \widehat{SRT} .
(On donnera l'arrondi au degré).
- 3) En déduire une mesure de l'angle \widehat{RST} .

Exemple 2:

Soit KLM un triangle rectangle en L tel que $KL = 4 \text{ cm}$ et $ML = 3 \text{ cm}$.

- 1) Construire le triangle KLM et coder la figure.
- 2) Calculer la longueur KM .
- 3) Calculer une mesure de l'angle \widehat{MKL} .
(On donnera l'arrondi au degré).
- 4) En déduire une mesure de l'angle \widehat{KML} .

VI) Synthèse:

Dans un triangle rectangle,

$$\cos (\text{angle}) = \frac{\text{côté adjacent à l'angle}}{\text{hypoténuse}}$$

Si on veut calculer une mesure d'un angle

$$\text{mesure de l'angle} = \cos^{-1}\left(\frac{\text{côté adjacent à l'angle}}{\text{hypoténuse}}\right)$$

Si on veut calculer la longueur du côté adjacent

$$\text{longueur du côté adjacent} = \cos (\text{angle}) \times \text{hypoténuse}$$

Si on veut calculer la longueur de l'hypoténuse

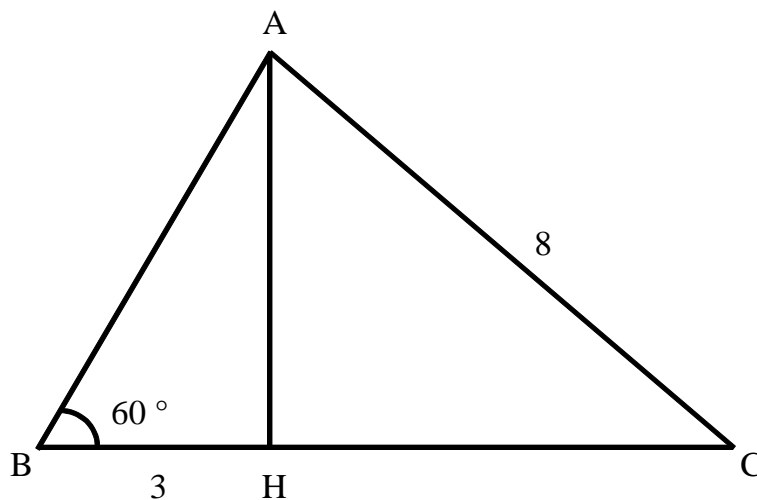
$$\text{longueur de l'hypoténuse} = \frac{\text{côté adjacent}}{\cos (\text{angle})}$$

La somme des mesures des deux angles aigus est égale à 90° .

Exercice:

Soit ABC un triangle et [AH] la hauteur issue du point A (voir figure ci-dessous).

On donne $BH = 3 \text{ cm}$, $AC = 8 \text{ cm}$ et $\widehat{ABH} = 60^\circ$.



- 1) Calculer la distance AB.
- 2) Déterminer la mesure de l'angle \widehat{BAH} .
- 3) Montrer que $AH \approx 5,2$ cm.
- 4) Déterminer une mesure de l'angle \widehat{HAC} .
(on donnera l'arrondi au degré)
- 5) Montrer que $\widehat{ACH} = 41^\circ$.
- 6) Calculer la distance HC (on donnera l'arrondi au dixième de cm).