EQUATION DU PREMIER DEGRE

I) Définition :

1) Définition 1 :

Une équation est une égalité dans laquelle interviennent un ou plusieurs nombres inconnus. Ces nombres inconnus sont désignés par des lettres.

Exemples :

$3x-2=x+7$ est une équation d'inconnue x.

$-4x\times y^2=-10$ est une équation d'inconnues x et y.

$8x+3<2x$ n'est pas une équation car ce n'est pas une égalité.

2) Définition 2:

Une équation du premier degré à une inconnue est une équation mettant en jeu des nombres relatifs et l'inconnue à la puissance 1.

Exemples :

$3x-2=x+7$ est une équation du premier degré à une inconnue x.

$5x-y=0$ n'est pas une équation à une inconnue, c'est une équation du premier degré à deux inconnues x et y.

$-x^2+3=2x-5$ n'est pas une équation du premier degré car dans x^2, x est à la puissance 2.

3) Définition 3:

Dans une équation du 1er degré à une inconnue, les expressions situées de part et d'autre du symbole égal sont appelées les membres de l'équation.
L'expression située à gauche du symbole égal est appelée le premier membre.
L'expression située à droite du symbole égal est appelée le second membre.

Exemples :

$$3x-2=x+7$$

$3x-2$ est le premier membre de l'équation.

$x+7$ est le second membre de l'équation.

II) Résolution d’une équation du premier degré à une inconnue :

1) Définition 1 :

Résoudre une équation du premier degré d’inconnue x signifie trouver toutes les valeurs de x qui vérifient l’égalité. Chacune de ces valeurs est une solution de l’équation.

Exemple :

Soit l’équation du premier degré

$$4x-3=2x+1$$

Les nombres -1; 0 et 2 sont-ils solutions de l’équation donnée ?

Remarque :

Pour déterminer si un nombre est solution d’une équation d’inconnue x on remplace x par ce nombre, dans chaque membre et on observe si l’égalité est vérifiée.

Dans la quasi totalité des cas, une équation du premier degré à une inconnue a **une seule** solution.

2) Définition 2 :

Deux équations du premier degré à une inconnue sont dites équivalentes si elles admettent la même solution.

Exemples :

a) (E) : $4x-3=2x+1$ et $5x-6=4$

Sachant que 2 est solution de l’équation (E), les deux équations données sont – elles équivalentes ?

b) (E) : $-3x+5=x+9$ et $6x+7=-2$

Sachant que -1 est solution de l’équation (E), les deux équations données sont – elles équivalentes ?

3) Principe de résolution d'une équation du premier degré à une inconnue :

Pour résoudre une équation du premier degré à une inconnue x, on transforme l'équation en une succession d'équations équivalentes jusqu'à obtenir une équation dont x est un des membres et un nombre relatif l'autre membre.
Ce nombre relatif est alors la solution de l'équation.
On dit qu'on isole x.

Exemple :

$$5x-4=6x+3$$

$$\left.\begin{array}{c}\bullet\\ \bullet\\ \bullet\\ \bullet\end{array}\right\}\ \text{succession d'équations équivalentes}$$

$$x=-7$$

-7 est la solution de l'équation $5x-4=6x+3$.

4) Méthodes de résolution d'une équation du premier degré à une inconnue :

A) Méthode théorique:

Activité :

Propriété 1 :

Lorsqu'on ajoute ou lorsqu'on soustrait un même nombre à chacun des membres d'une équation, on transforme l'équation en une équation équivalente.

Exemples :

$$3x-7=5$$
$$3x-7+7=5+7$$
$$3x=12$$

$$-4x=2x-5$$
$$-4x-2x=2x-2x-5$$
$$-6x=-5$$

Propriété 2 :

Lorsqu'on multiple ou lorsqu'on divise par un même nombre chacun des membres d'une équation, on transforme l'équation en une équation équivalente.

Exemples :

$$5x = 3$$

$$\frac{5x}{5} = \frac{3}{5}$$

$$x = \frac{3}{5}$$

$$\frac{-x}{2} = 4$$

$$\frac{-x}{2} \times (-2) = 4 \times (-2)$$

$$x = -8$$

Méthode :

Résoudre l'équation $10x + 3 = 6x - 5$

1) Résolution

$$10x + 3 = 6x - 5$$

$$10x + 3 - 6x = 6x - 6x - 5$$

$$4x + 3 = -5$$

$$4x + 3 - 3 = -5 - 3$$

$$4x = -8$$

$$\frac{4x}{4} = -\frac{8}{4}$$

$$x = -2$$

2) Vérification

$$10 \times (-2) + 3 = -20 + 3 = -17$$

$$6 \times (-2) - 5 = -12 - 5 = -17$$

3) Conclusion

-2 est la solution de l'équation $10x + 3 = 6x - 5$.

B) Méthode pratique:

Activité :

Propriété 1 :

Lors des opérations d'addition et de soustraction quand on passe un nombre de l'autre côté du symbole égal, on change son signe.

Exemples :

$$x-4=5$$
$$x=5+4$$
$$x=9$$

$$3x=2x+7$$
$$3x-2x=7$$
$$x=7$$

Propriété 2 :

Lors d'une multiplication quand on passe un facteur de l'autre côté du symbole égal, on divise par ce nombre.

Exemples :

$$-5x=7$$
$$x=\frac{7}{-5}$$
$$x=-\frac{7}{5}$$

$$2x=9$$
$$x=\frac{9}{2}$$

Propriété 3 :

Lors d'une division quand on passe le dénominateur de l'autre côté du symbole égal, on multiplie par ce nombre.

Exemples :

$$\frac{x}{2}=5$$
$$x=5\times 2$$
$$x=10$$

$$\frac{x}{-3}=8$$
$$x=8\times(-3)$$
$$x=-24$$

Méthode :
Résoudre l'équation $10x+3=6x-5$

1) Résolution

$$10x+3=6x-5$$
$$10x-6x=-5-3$$
$$4x=-8$$
$$x=\frac{-8}{4}$$
$$x=-2$$

2) Vérification

$$10\times(-2)+3=-20+3=-17$$
$$6\times(-2)-5=-12-5=-17$$

3) Conclusion

-2 est la solution de l'équation $10x+3=6x-5$.

Exemple :
Résoudre les équations suivantes :

a) $5x-7=13$
b) $14x-9=11x-5$
c) $3(x-2)+4x=-2x+7$
d) $-2(3x+1)-5(x-2)=3(-4x+5)$

C) Cas particulier : équation avec dénominateur :

Méthode :

Pour résoudre une équation du premier degré à une inconnue avec des dénominateurs, on met tous les termes sur le même dénominateur qu'on supprime ensuite.

Exemple :

Résoudre l'équation $\frac{x}{2}-\frac{3x+1}{4}=5$

$$\frac{x}{2}-\frac{3x+1}{4}=5$$
$$\frac{x\times 2}{2\times 2}-\frac{3x+1}{4}=\frac{5\times 4}{4}$$
$$\frac{2x}{4}-\frac{3x+1}{4}=\frac{20}{4}$$
$$2x-3x-1=20$$
$$-x=20+1$$
$$-x=21$$
$$x=-21$$

Remarque :

Quand on enlève le signe – devant une fraction, on change tous les signes du numérateur.

$$\frac{2x}{6}-\frac{7x+5}{6}=\frac{1}{6}$$
$$2x-7x-5=1$$

Exercice :

Résoudre les équations suivantes :

a) $\frac{x}{6}-\frac{2x+1}{3}=x+\frac{1}{3}$

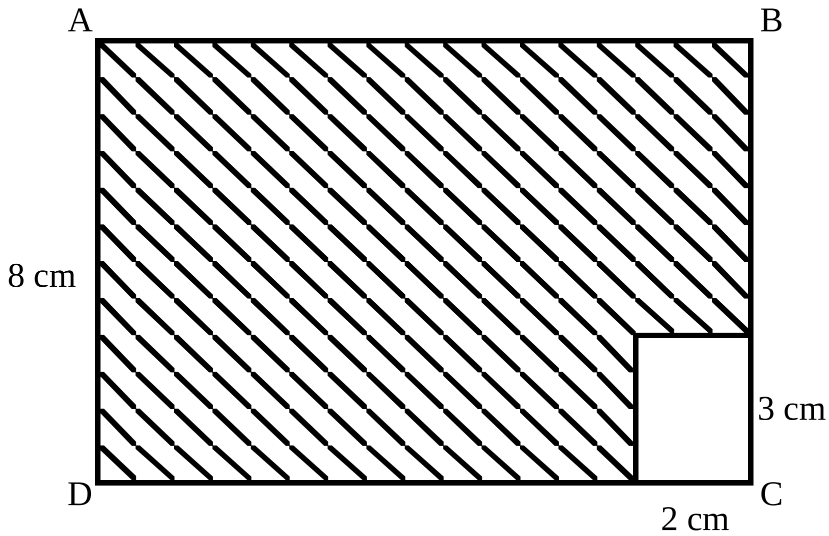
b) $\frac{x}{2}-4=\frac{x}{5}-\frac{3}{10}$

c) $\frac{5x-3}{4}=0$

III) Résolution d'un problème à l'aide d'une équation du premier degré:

1) Méthode de résolution :

Soit un rectangle ABCD de longueur inconnue et de largeur 8 cm.
On découpe dans ce rectangle, un rectangle de longueur 3 cm et de largeur 2 cm. On hachure la partie restante.



Quelle doit-être la longueur du rectangle ABCD pour que l'aire de la partie hachurée soit égale à 86 cm^2 ?

Etape 1 : Choisir l'inconnue
Soit x la longueur du rectangle ABCD.

Etape 2 : Mettre le problème en équation

Aire (ABCD) = $8 \times x = 8x$
Aire (petit rectangle) = $3 \times 2 = 6$
Aire (partie hachurée) = $8x - 6$
Or l'aire de la partie hachurée doit-être égale à 86 cm^2 donc

$$8x - 6 = 86$$

<u>Etape 3 :</u> Résoudre l'équation

$$8x - 6 = 86$$
$$8x = 86 + 6$$
$$8x = 92$$
$$x = \frac{92}{8}$$
$$x = 11{,}5$$

<u>Etape 4 :</u> Vérifier

$$8 \times 11{,}5 - 6 = 92 - 6 = 86$$

<u>Etape 5 :</u> Conclure

Le rectangle ABCD doit avoir une longueur de 11,5 cm pour que l'aire de la partie hachurée soit égale à 86 cm^2.

2) Exemple :

Un élève a acheté 5 livres de poche et un marque-page. Il a donné 25 € et on lui a rendu 3,80 €.

Sachant que le marque-page a couté 0,20 €, quel est le prix d'un livre de poche ?