

## SECTIONS PLANES DE SOLIDES DE L'ESPACE

### I) Activité :

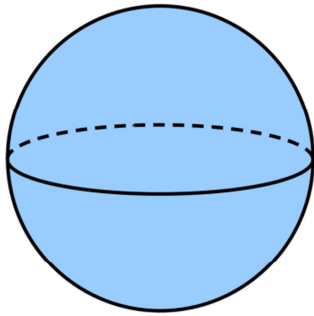
- 1) Visionnage de la vidéo
- 2) Questions
  - a) A quelle condition deux plans sont-ils parallèles ?
  - b) A quelle condition une droite est perpendiculaire à un plan ?
  - c) A quelle condition une droite et un plan sont-ils parallèles ?
  - d) Qu'est-ce- qu'une section plane d'un solide ?
  - e) Quelle est la section d'un pavé droit par un plan parallèle à l'une de ces faces ?
  - f) Quelle est la section d'un pavé droit par un plan parallèle à une arête ?
  - g) Quelle est la section d'un cylindre de révolution par un plan parallèle à sa base ?
  - h) Quelle est la section d'un cylindre de révolution par un plan parallèle à son axe ?
  - i) Quelle est la section d'une pyramide par un plan parallèle à sa base ?
  - j) Quelle est la section d'un cône de révolution par un plan parallèle à sa base ?

## II) Définition d'un solide de l'espace :

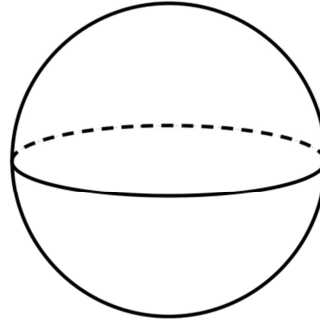
Un solide de l'espace est l'ensemble des points situés à l'intérieur et sur la frontière d'une partie fermée de l'espace.  
Cette frontière est la surface du solide.

### Exemple :

Une boule est un solide de l'espace dont la surface qui la délimite est une sphère.



BOULE

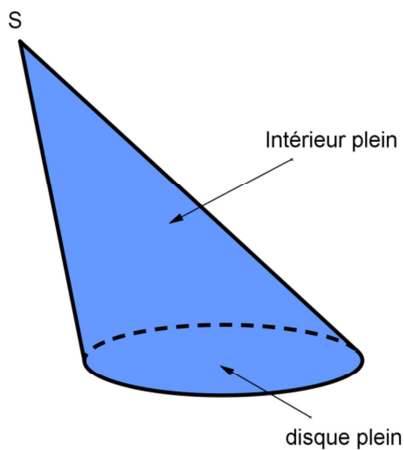


SPHERE

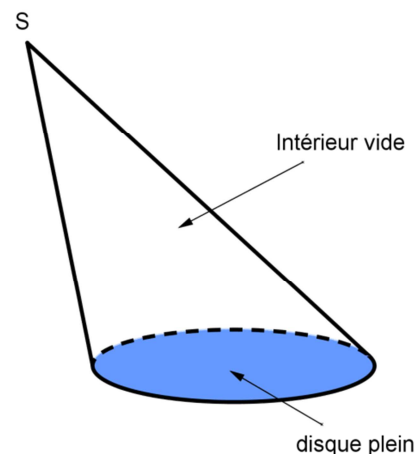
**Attention,** à l'exception de la distinction entre la sphère et la boule, on confond généralement le solide et sa surface : on utilise le même nom pour désigner le solide de l'espace et pour désigner la surface qui le délimite.

### Exemple:

Le cône



SOLIDE  
(FIGURE 1)



SURFACE  
(FIGURE 2)

Un solide (figure1) est entièrement coloré d'une seule et même couleur : le plus souvent, le blanc est utilisé.

Quand on calcule l'aire du cône ou qu'on réalise son patron : on considère la figure 2.

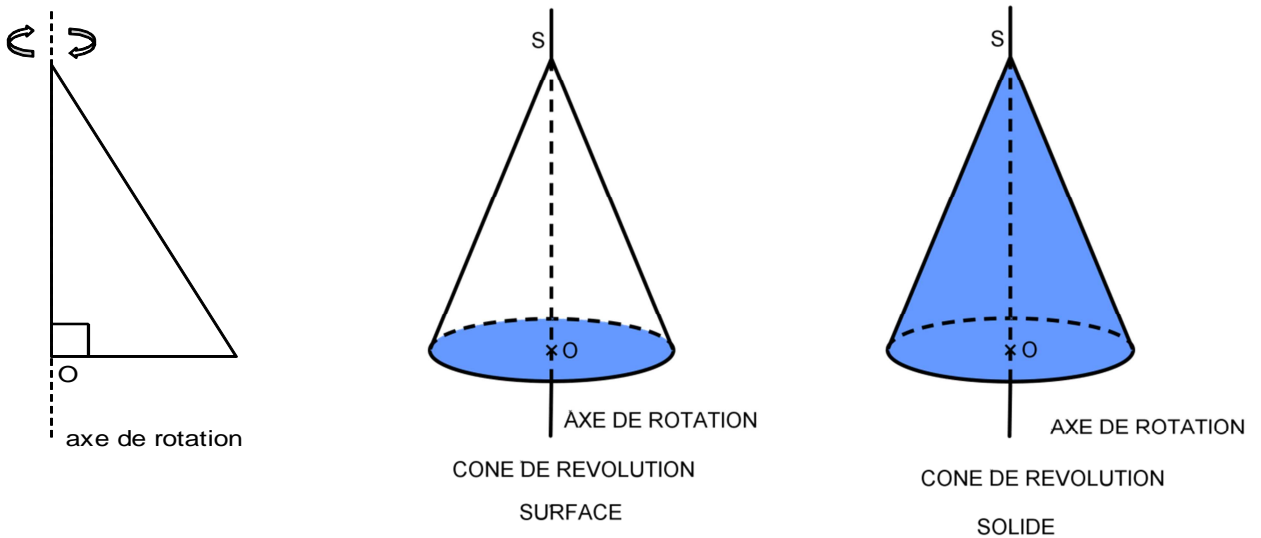
Quand on calcule le volume du cône :  
on considère la figure 1.

Quand on détermine la section du cône par un plan :  
on peut considérer soit la figure 1 soit la figure 2.

Il en va de même pour tous les solides de l'espace et en particulier pour les solides de révolution qui sont engendrés par la rotation d'un polygone ou de la surface délimitée par ce polygone autour d'un axe.

Exemple :

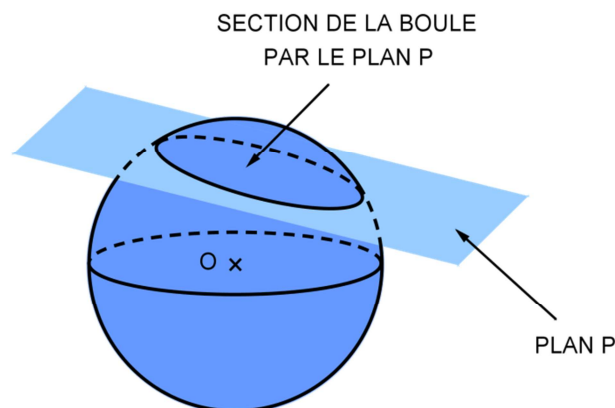
Le cône de révolution



### III) Définition d'une section d'un solide par un plan :

**L'intersection d'un plan et d'un solide est appelée section du solide par ce plan.**

Exemple :

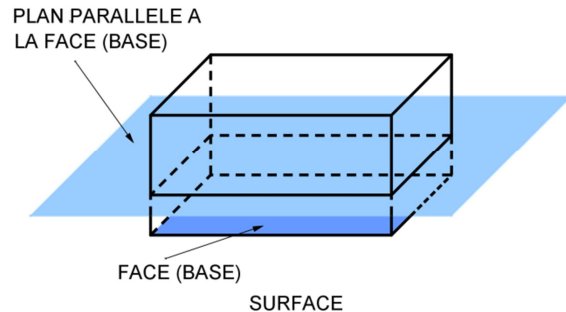
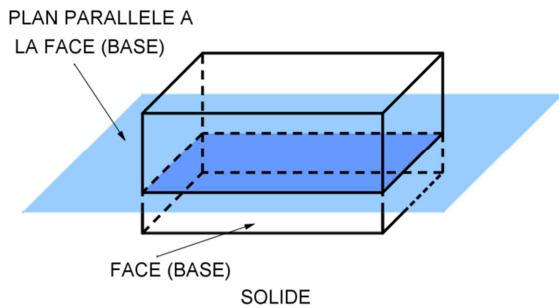


La section d'une boule par un plan est un disque.

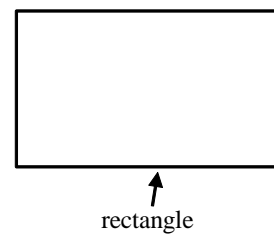
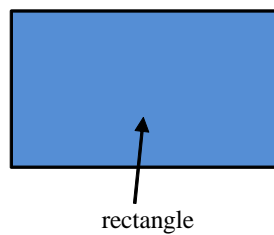
#### IV) Sections planes d'un parallépipède rectangle (ou pavé droit) :

##### 1) Section par un plan parallèle à une face :

**La section d'un parallépipède rectangle (ou pavé droit) par un plan parallèle à une face est un rectangle de mêmes dimensions que cette face.**

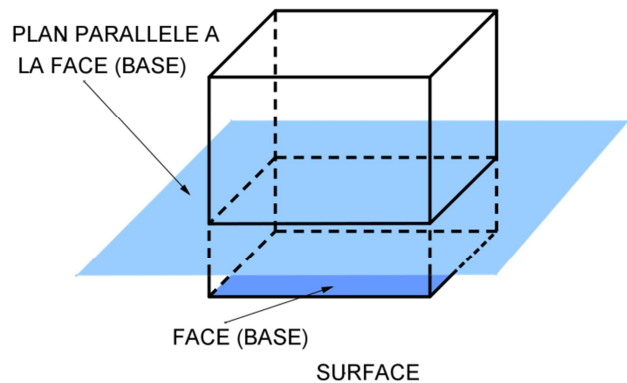
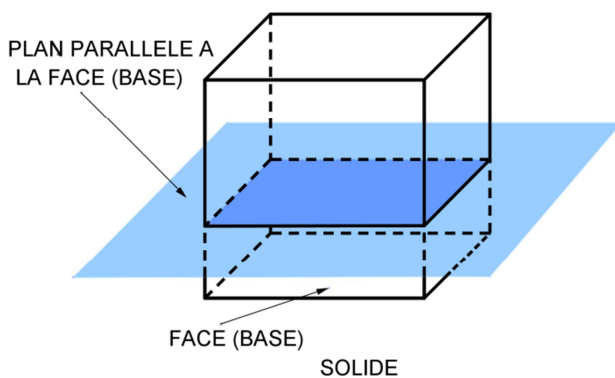


Que l'on considère le pavé droit comme un solide ou une surface, la section par un plan est un rectangle. En effet, on utilise le même mot pour désigner un polygone et pour désigner la surface qu'il délimite.



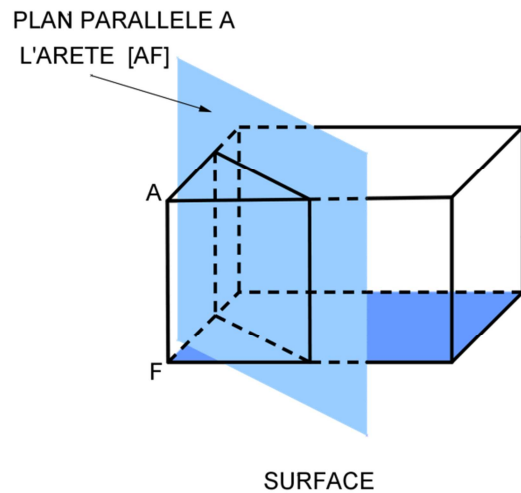
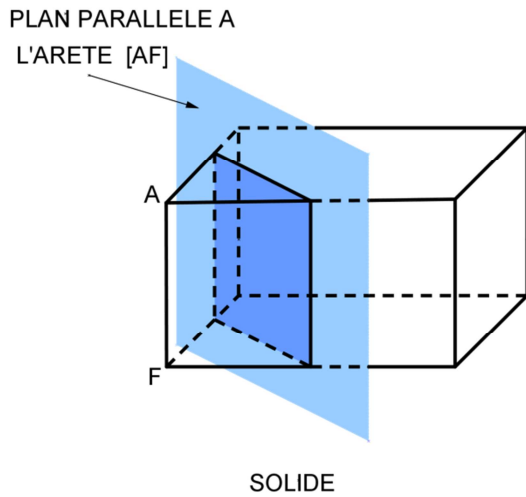
##### Cas particulier :

La section d'un cube par un plan parallèle à une de ces faces est un carré de mêmes dimensions que les faces de ce cube.



2) Section par un plan parallèle à une arête :

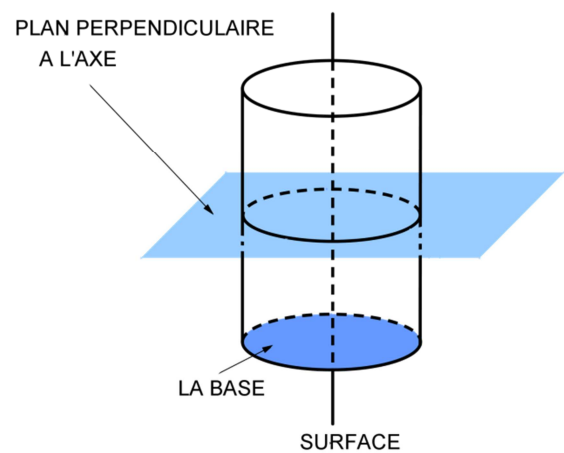
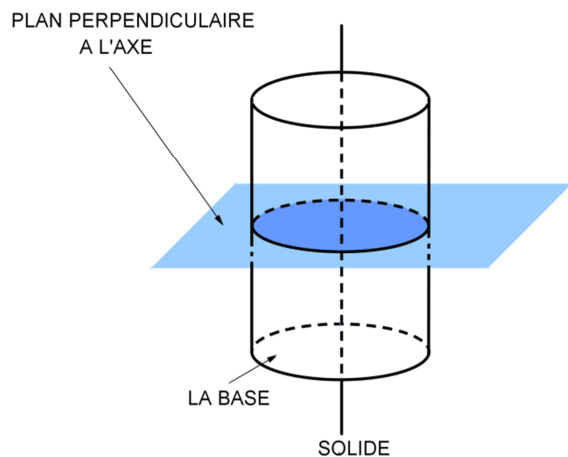
**La section d'un parallélépipède rectangle par un plan parallèle à une arête est un rectangle dont une dimension (la longueur ou la largeur) correspond à la longueur de cette arête.**



V) Sections planes d'un cylindre de révolution :

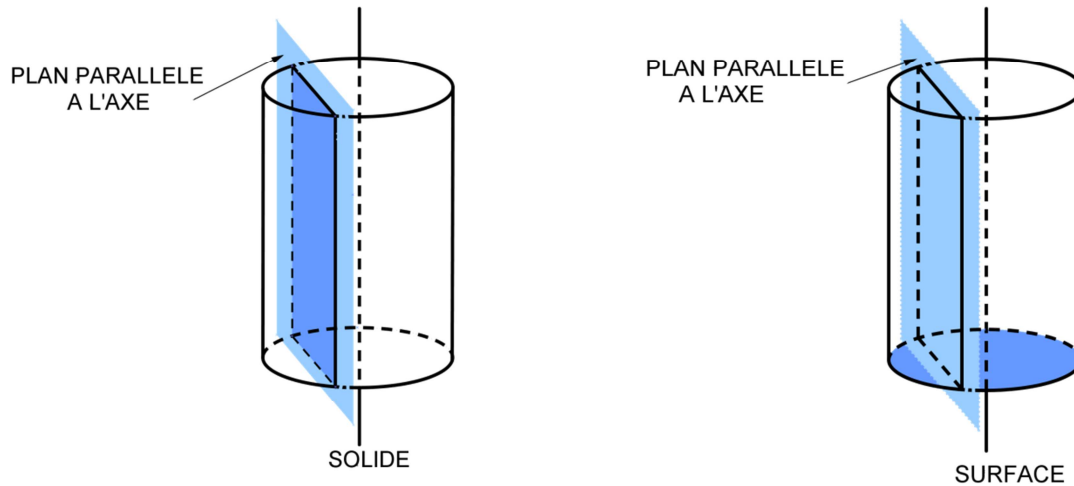
1) Section par un plan perpendiculaire à l'axe :

**La section d'un cylindre de révolution, par un plan perpendiculaire à son axe est un cercle ou un disque dont le centre est situé sur l'axe du cylindre et de rayon identique à celui de la base du cylindre.**



2) Section par un plan parallèle à l'axe:

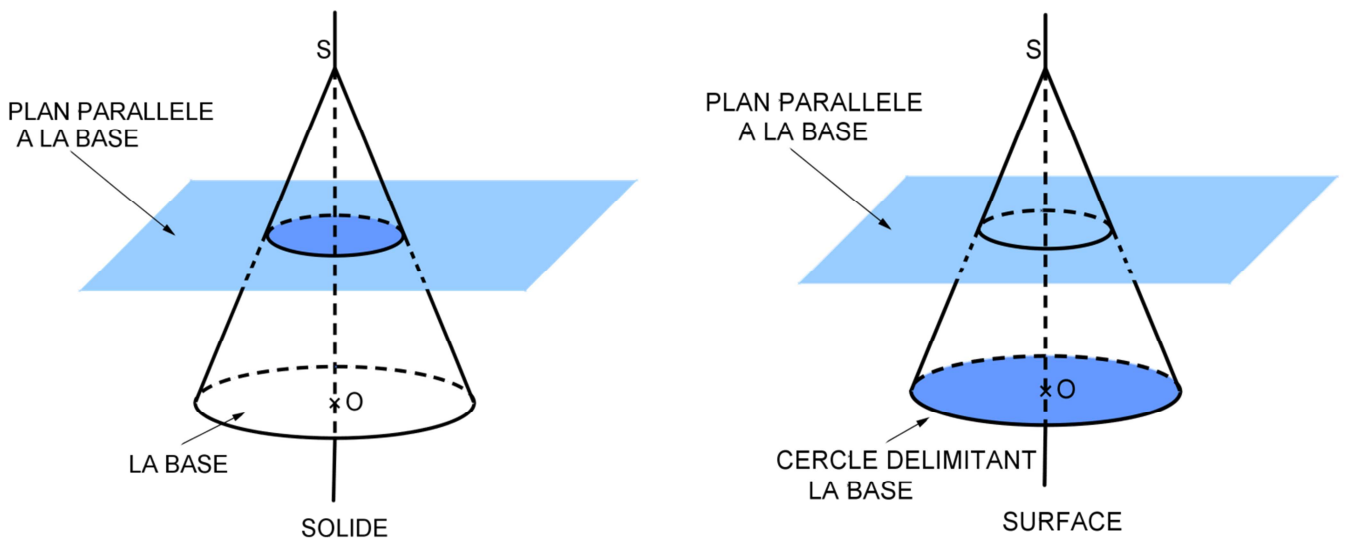
**La section d'un cylindre de révolution par un plan parallèle à son axe est un rectangle dont une dimension (longueur ou largeur) est la hauteur du cylindre.**



VI) Section plane d'un cône de révolution :

1) Définition :

**La section d'un cône de révolution par un plan parallèle à sa base est un cercle ou un disque dont le centre est situé sur l'axe du cône.  
De plus, si c'est un cercle alors, il est une réduction du cercle délimitant sa base.  
Si c'est un disque, il est une réduction de la base.**



2) Calcul du coefficient de réduction :

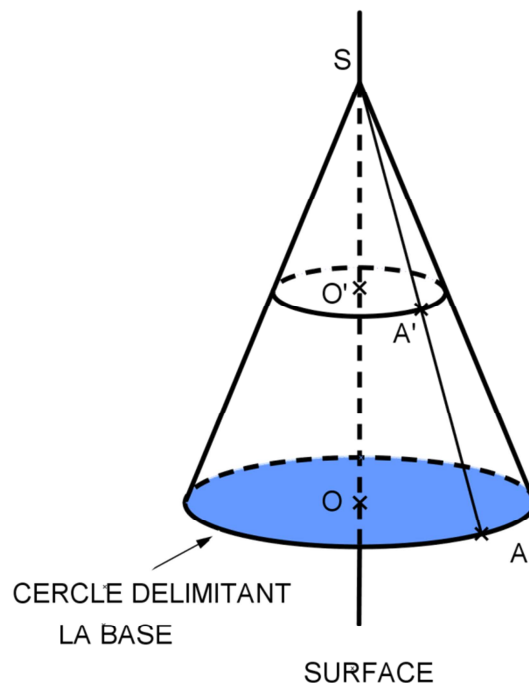
**Soit un cône de révolution de sommet S.**

**Un cercle C' de centre O' est une réduction du cercle délimitant la base du cône obtenue en sectionnant le cône par un plan parallèle à sa base.**

**Soit A un point du cercle, de centre O, délimitant la base du cône et A' le point de C' appartenant au segment [SA].**

**Le coefficient de réduction k est :**

$$k = \frac{SO'}{SO} = \frac{SA'}{SA} = \frac{O'A'}{OA}$$



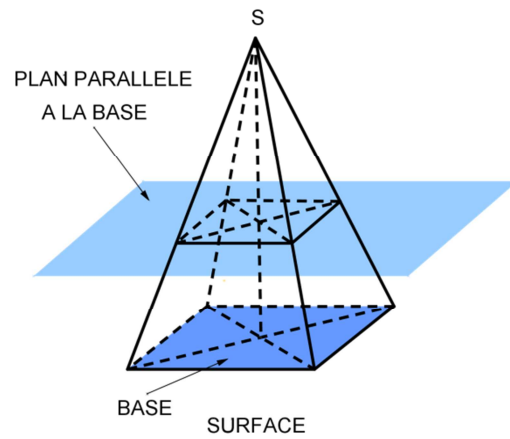
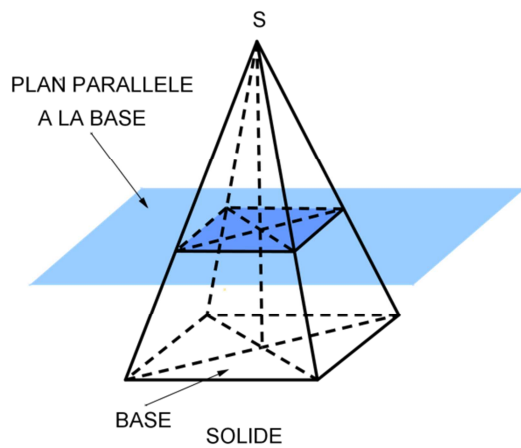
VII) Section plane d'une pyramide :

1) Définition :

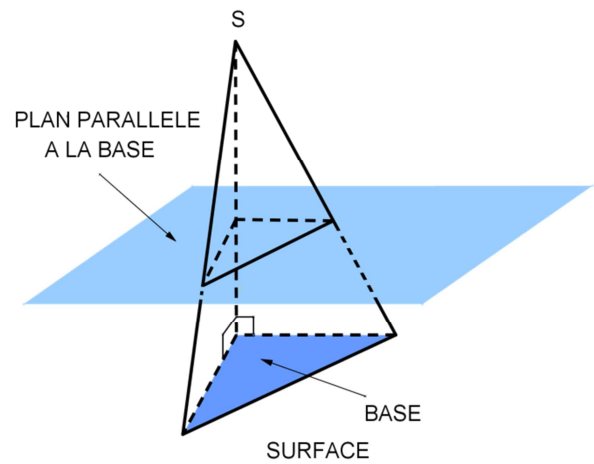
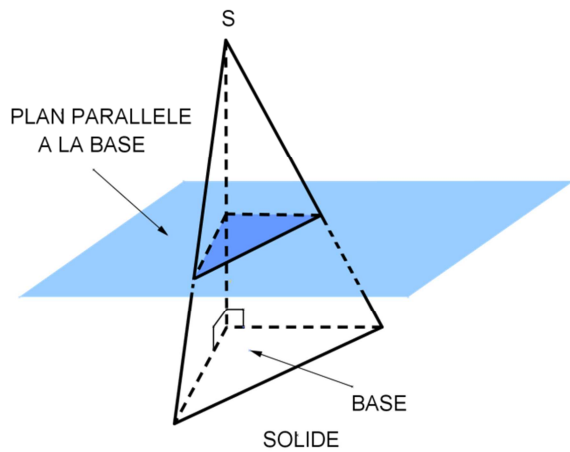
**La section d'une pyramide par un plan parallèle à sa base est un polygone de même nature que celui formant la base de la pyramide.**

**Ce polygone est une réduction du polygone de base.**

**De plus, si la base de la pyramide est formée par un polygone régulier, le centre du polygone réduit appartient au segment dont les extrémités sont le sommet de la pyramide et le centre du polygone de base.**



Pyramide dont la hauteur est une arête



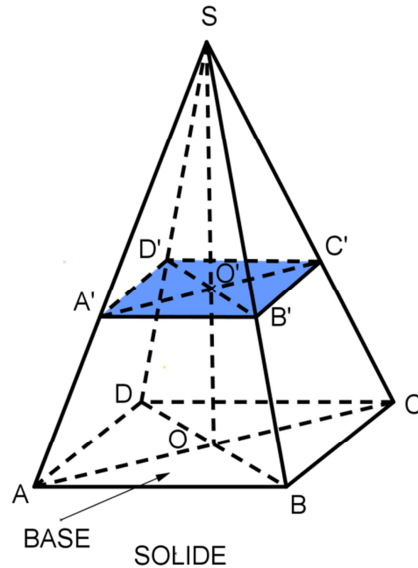
2) Calcul du coefficient de réduction :

**Soit ABCDS une pyramide, de base ABCD et soit A'B'C'D' une réduction de ABCD, obtenue en sectionnant la pyramide par un plan parallèle à sa base.**

**Le coefficient de réduction k est :**

$$k = \frac{SO'}{SO} = \frac{SA'}{SA} = \frac{SB'}{SB} = \frac{SC'}{SC} = \frac{SD'}{SD} = \frac{A'B'}{AB} = \frac{A'D'}{AD} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'D'}{CD}$$





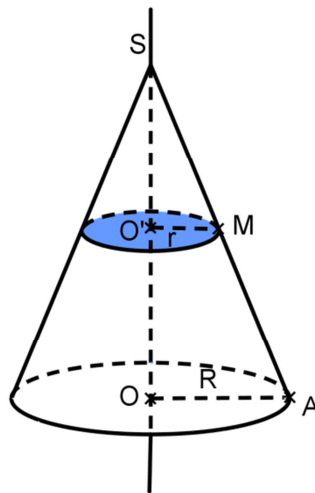
### VIII) Agrandissement-réduction :

#### Propriété :

**Lors d'un agrandissement ou d'une réduction de rapport  $k$ , les longueurs sont multipliées par  $k$ , les aires sont multipliées par  $k^2$  et les volumes sont multipliés par  $k^3$ .**

#### Exemple :

On considère un cône de révolution de rayon de base  $R$ , de sommet  $S$  et de hauteur  $SO$ . On coupe le cône par un plan parallèle à la base passant par  $M$ . On donne  $SA = 5$  cm,  $SM = 2$  cm et  $SO = 4$  cm.



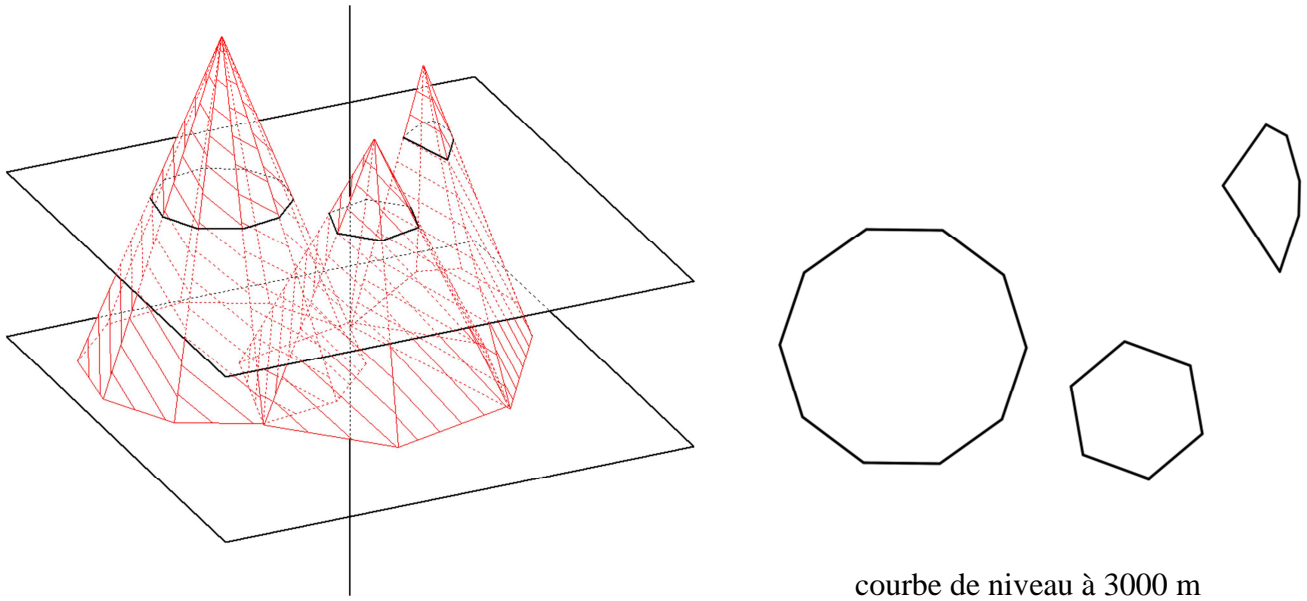
- 1) Calculer  $R$ .
- 2) Calculer le rapport de réduction.
- 3) Calculer  $SO'$ .
- 4) Calculer l'aire du disque de base,  $A_1$ .  
En déduire l'aire du disque de section,  $A_2$ .
- 5) Calculer le volume  $V_1$  du cône.  
En déduire le volume  $V_2$  du petit cône.  
En déduire le volume  $V_3$  du tronc de cône.

IX) Application aux courbes de niveau :

1) Définition :

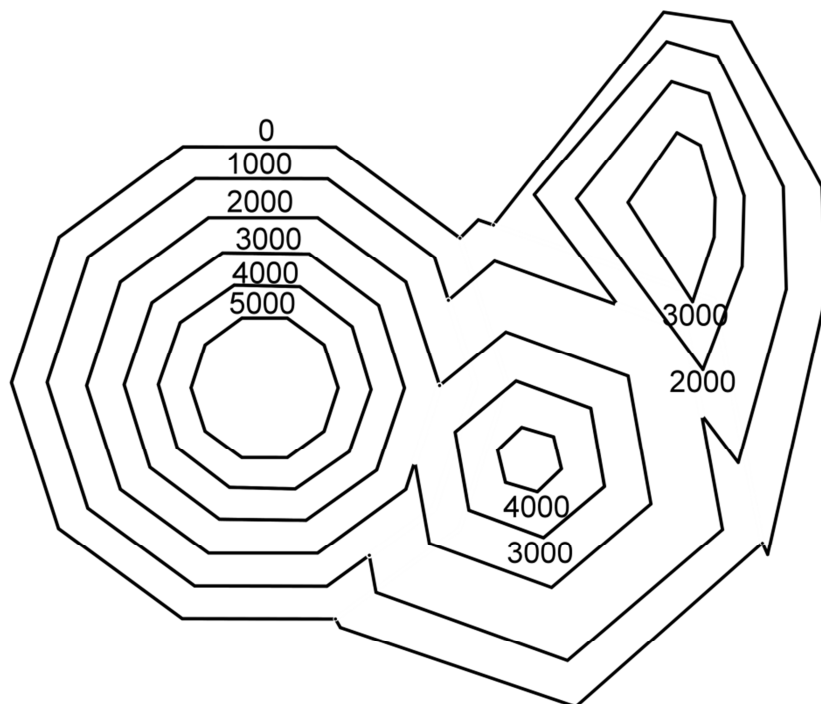
Une courbe de niveau est une ligne formée par des points d'un relief situés à une même altitude. Elle est obtenue en sectionnant le relief du terrain par un plan horizontal.

On sectionne ce relief par un plan horizontal à une altitude de 3000 m.



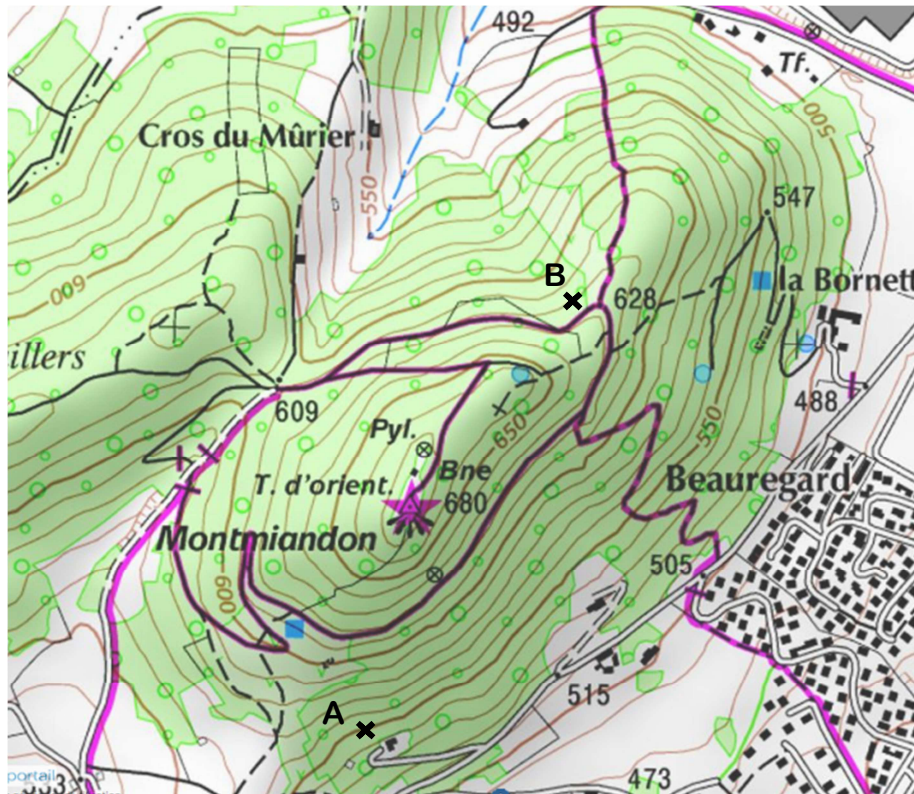
On obtient ainsi tous les points situés à une altitude de 3000 m.

On réalise d'autres sections à différentes altitudes pour établir le profil du relief.



2) Exemple :

On donne la carte IGN suivante :



A quelle altitude se situe le point A ?

A quelle altitude se situe le point B ?

Déterminer le dénivelé entre les points A et B.

Placer un point C se situant à une altitude de 600 m.

Placer un point D se situant à une altitude de 530 m.