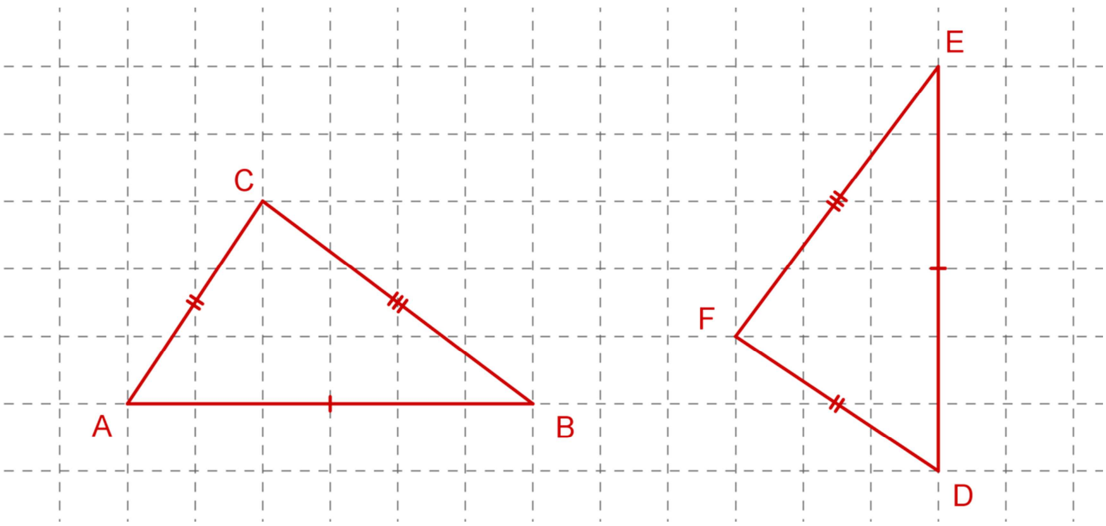
TRIANGLES EGAUX, TRIANGLES SEMBLABLES
AGRANDISSEMENT ET REDUCTION

I) Triangles égaux :

1) Définition :

Deux triangles égaux (ou isométriques) sont des triangles ayant leurs côtés, deux à deux, de même longueur.

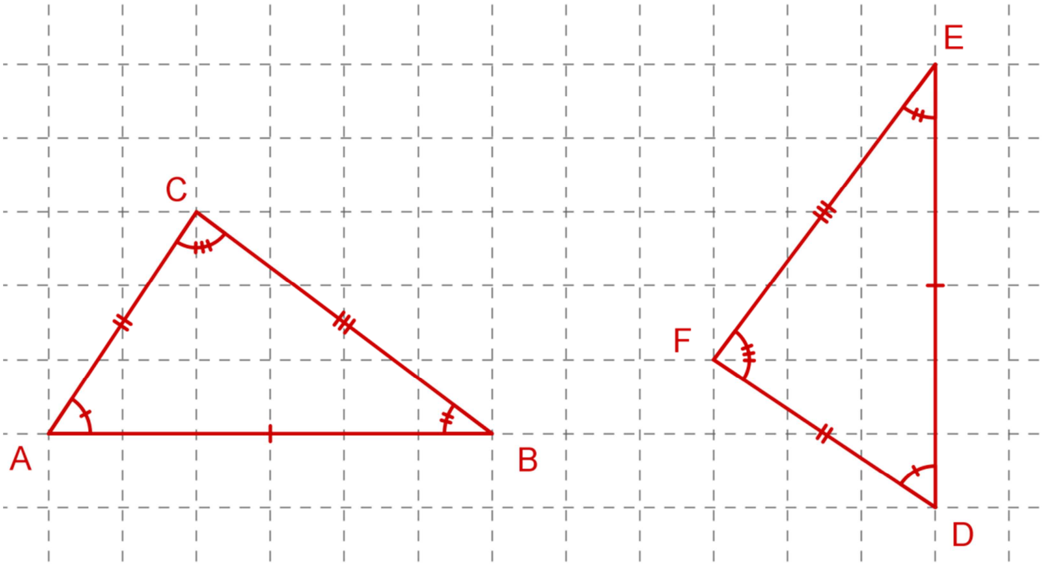


Si les triangles ABC et DEF sont égaux alors AB = DE, AC = DF et BC = EF.

Si AB = DE, AC = DF et BC = EF alors les triangles ABC et DEF sont égaux.

2) Propriété :

Si deux triangles sont égaux alors leurs angles sont, deux à deux, de même mesure.



Si les triangles ABC et DEF sont égaux alors $\widehat{BAC} = \widehat{EDF}$, $\widehat{ABC} = \widehat{DEF}$ et $\widehat{ACB} = \widehat{DFE}$.

Remarque :

Attention, la réciproque n'est pas vraie.

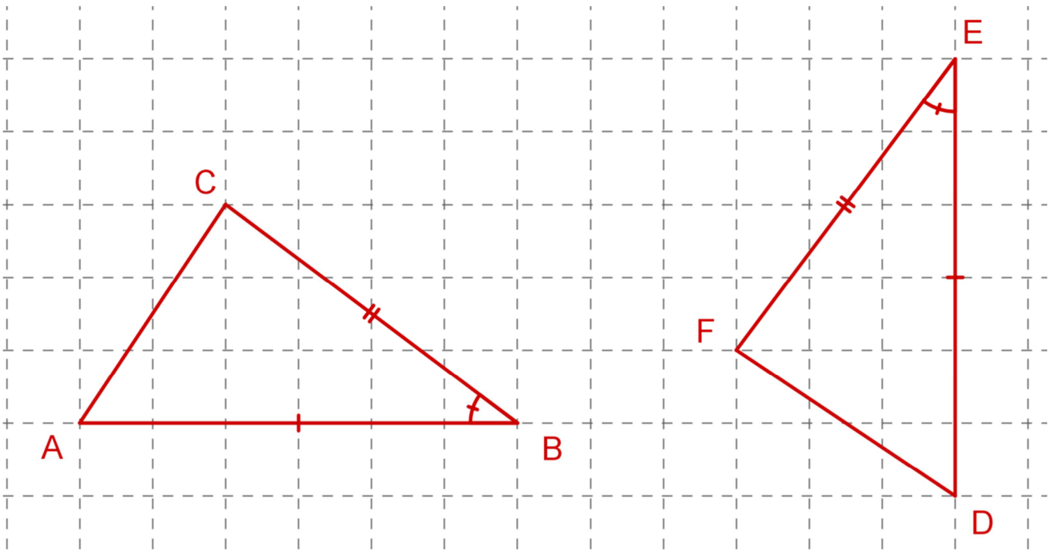
3) Montrer que des triangles sont égaux :

a) Définition :

Deux triangles ayant leurs côtés, deux à deux, de même longueur sont égaux.

b) Propriété 1 :

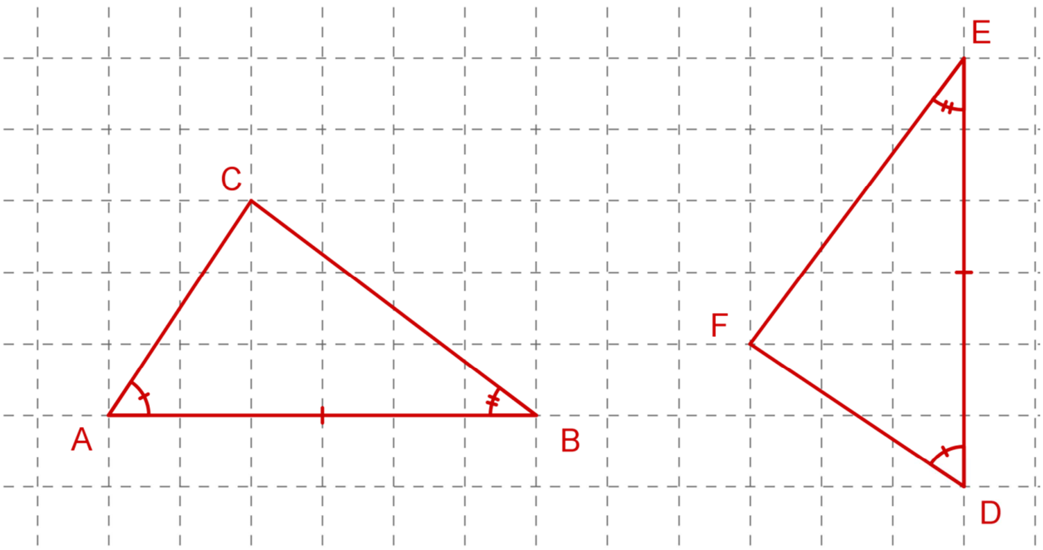
Si deux triangles ont un angle de même mesure entre deux côtés, deux à deux, de même longueur alors les triangles sont égaux.



Si AB = DE, BC = EF et $\widehat{ABC} = \widehat{DEF}$ alors les triangles ABC et DEF sont égaux.

c) Propriété 2 :

Si deux triangles ont un côté de même longueur entre deux angles, deux à deux, de même mesure alors les triangles sont égaux.

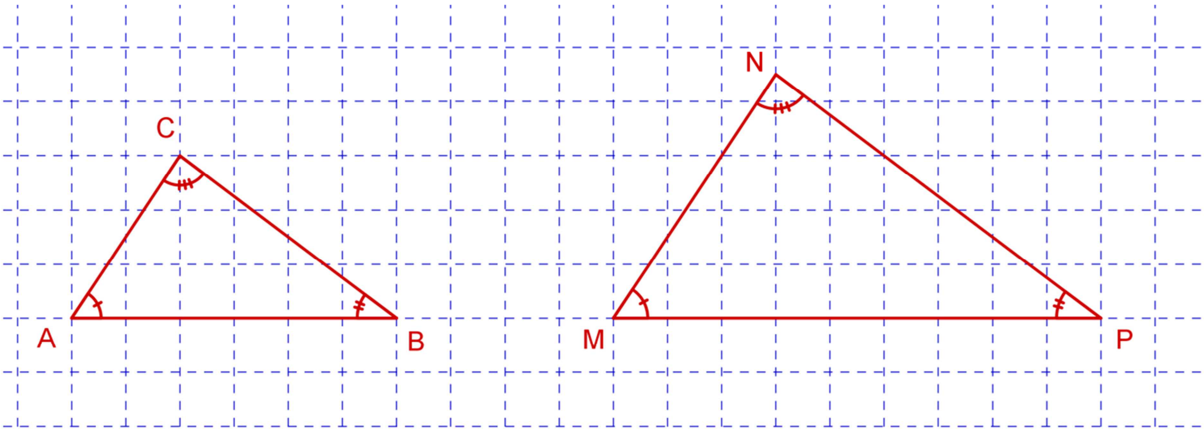


Si AB = DE, $\widehat{BAC} = \widehat{EDF}$ et $\widehat{ABC} = \widehat{DEF}$ alors les triangles ABC et DEF sont égaux.

II) Triangles semblables :

1) Définition :

Deux triangles sont semblables (ou de même forme) si les mesures des angles de l'un sont égales aux mesures des angles de l'autre.

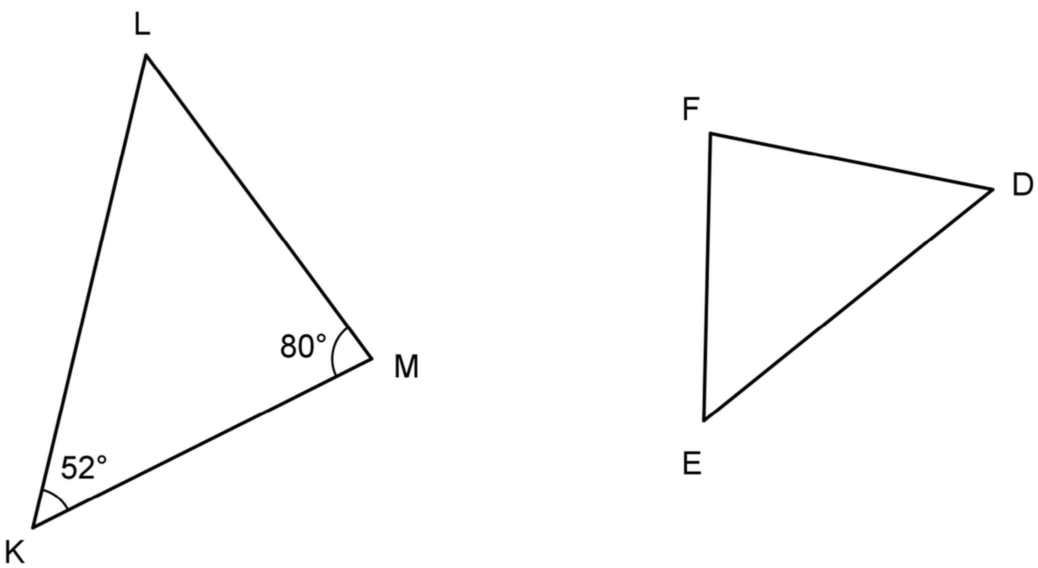


Si les triangles ABC et MPN sont semblables alors $\widehat{ACB} = \widehat{MNP}$ $\widehat{CBA} = \widehat{NPM}$ et $\widehat{BAC} = \widehat{PMN}$

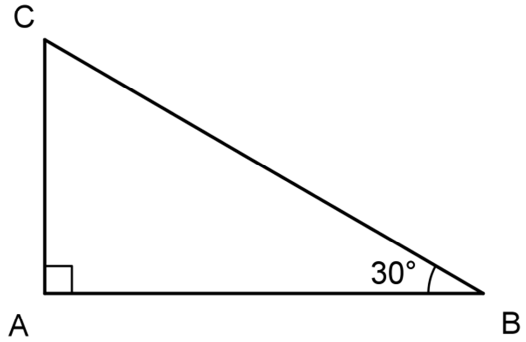
Si $\widehat{ACB} = \widehat{MNP}$, $\widehat{CBA} = \widehat{NPM}$ et $\widehat{BAC} = \widehat{PMN}$ alors les triangles ABC et MPN sont semblables.

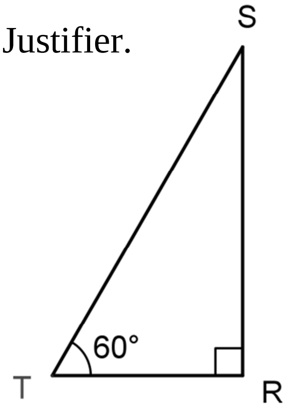
Exemples :

a) Les triangles KLM et DEF sont semblables. Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{DEF}$.

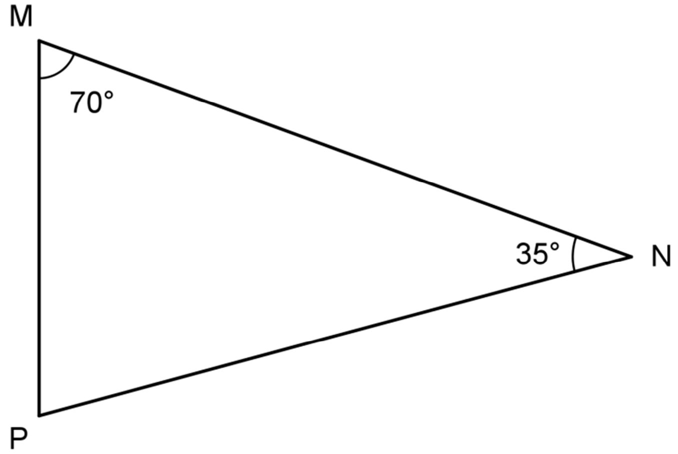


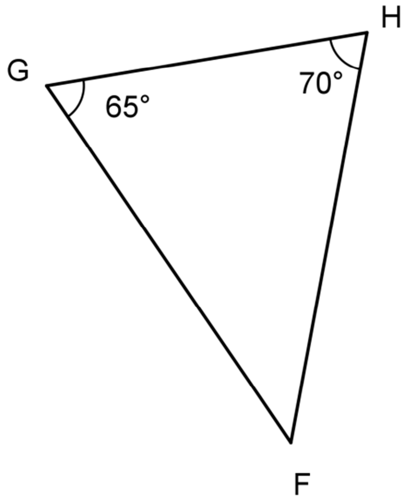
b) Les triangles ABC et RST sont-ils semblables ? Justifier.





c) Les triangles MNP et HFG sont-ils semblables ? Justifier.



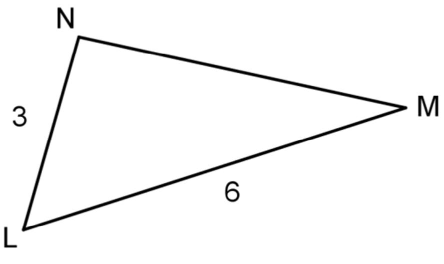


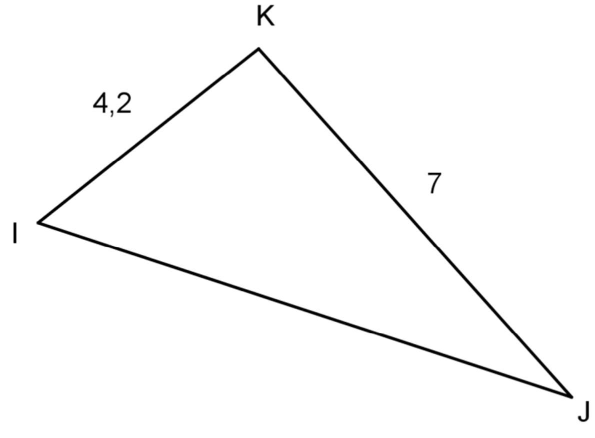
2) Propriété :

Si deux triangles sont semblables alors les longueurs de leurs côtés sont proportionnelles.

Exemple :

Les triangles LMN et IJK sont semblables. Calculer les distances IJ et MN.





3) Réciproque :

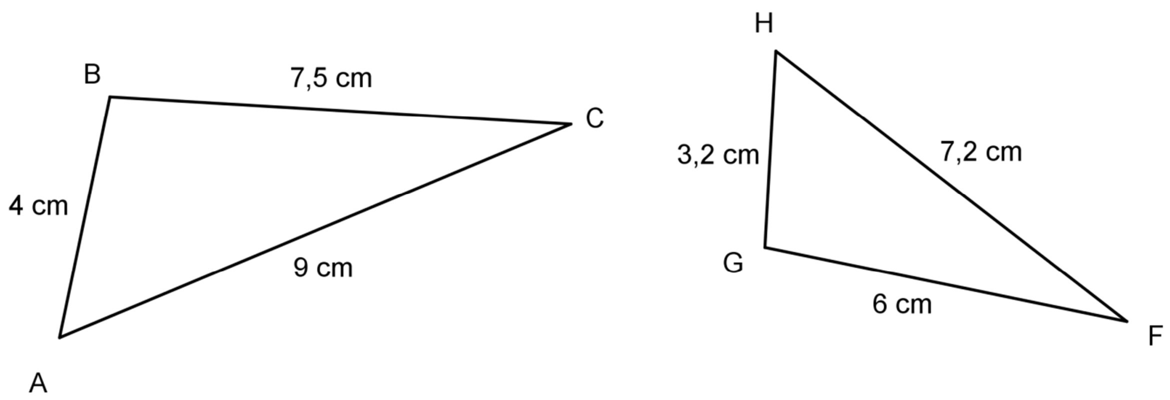
Si deux triangles ont les longueurs de leurs côtés proportionnelles alors ils sont semblables.

Contraposée :

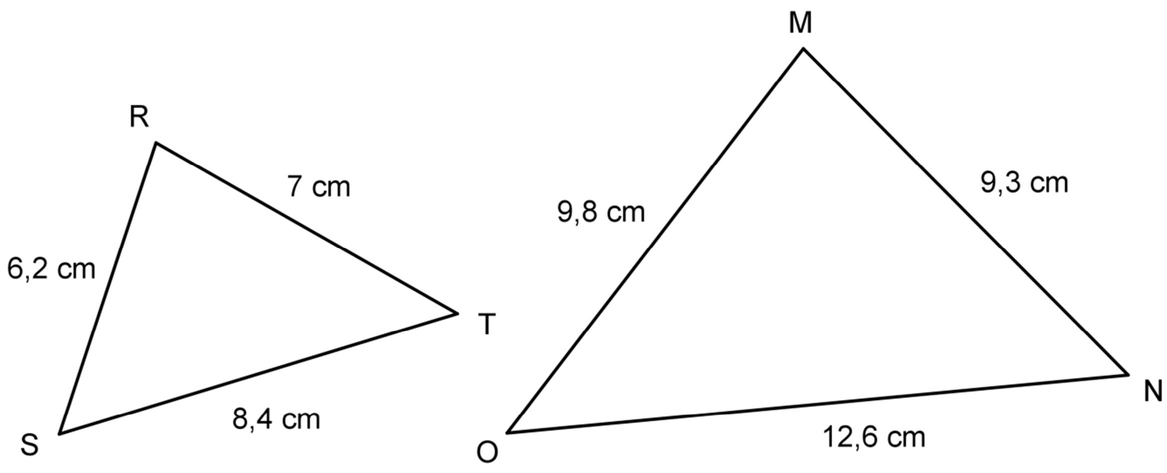
Si deux triangles n'ont pas les longueurs de leurs côtés proportionnelles alors ils ne sont pas semblables.

Exemple :

a) Les triangles ABC et HGF sont-ils semblables ? Justifier.



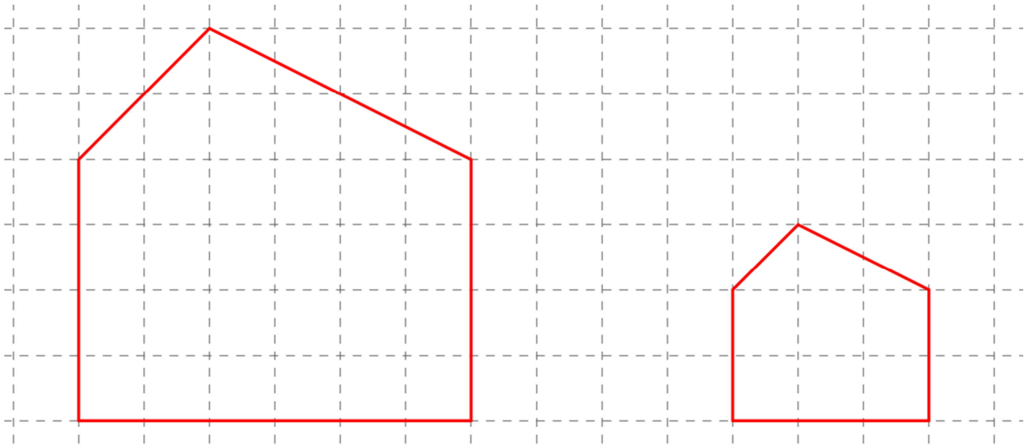
b) Les triangles RST et MNO sont-ils semblables ? Justifier.



III) Agrandissement et réduction :

1) Définition :

Deux figures sont semblables si les mesures des angles de l'un sont égales aux mesures des angles de l'autre et si les longueurs de leurs côtés sont proportionnelles.



Les deux figures ci-dessus sont semblables.

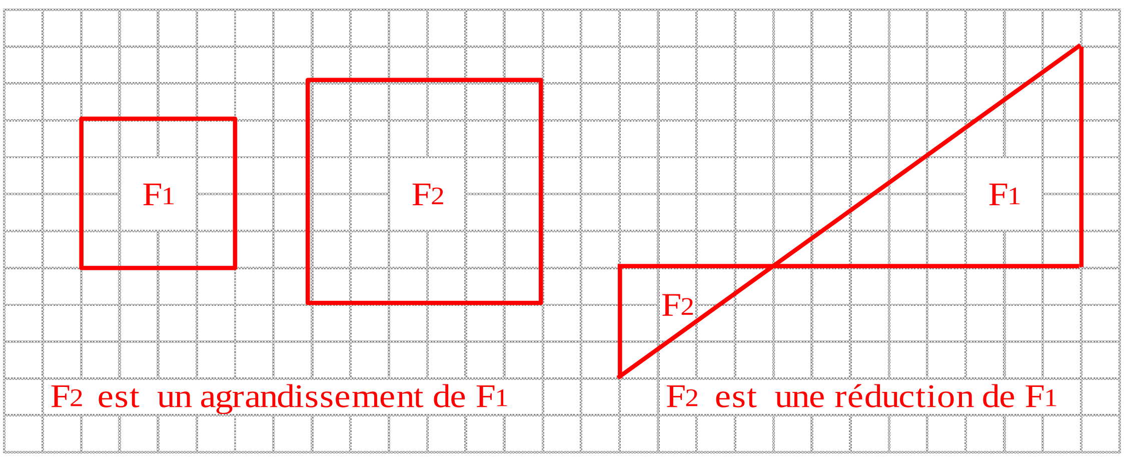
Cas particulier des triangles :

Pour montrer que des triangles sont semblables, une seule des deux conditions est suffisante.

2) Activité :

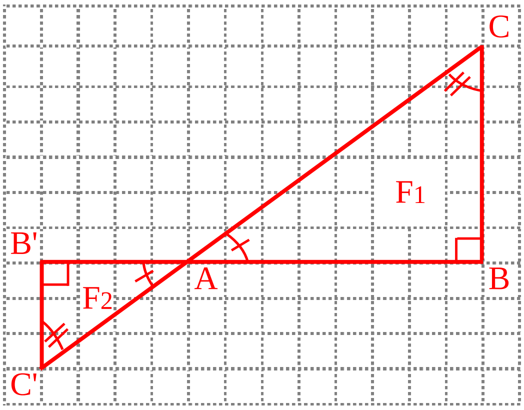
3) Propriété :

Un agrandissement ou une réduction transforme une figure en une figure semblable.



4) Conséquences :

Dans un agrandissement ou une réduction, les mesures des angles sont conservées tandis que les longueurs sont proportionnelles.



$\widehat{AC'B'} = \widehat{ACB}$, $\widehat{C'AB'} = \widehat{CAB}$

$\widehat{AB'C'} = \widehat{ABC}$

$AB' = k \times AB$, $AC' = k \times AC$

$B'C' = k \times BC$

k étant le rapport de réduction ou d'agrandissement.

Remarques :

Le coefficient de proportionnalité k entre les longueurs est le rapport d'agrandissement ou de réduction.

Si c'est un agrandissement alors $k > 1$.

Si c'est une réduction alors $0 < k < 1$.

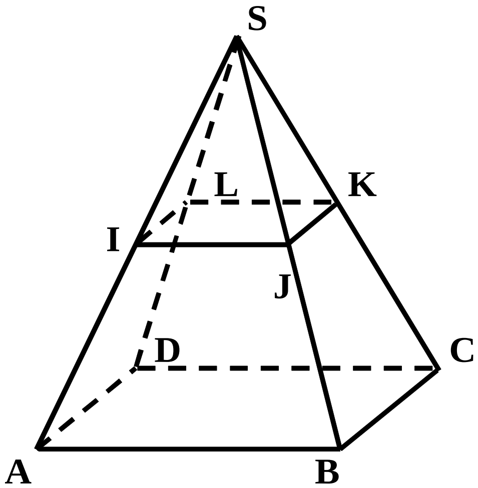
Calcul de k :

$$k = \frac{\text{longueur d'un côté de la figure d'arrivée}}{\text{longueur du côté correspondant de la figure de départ}}$$

Si F' est un agrandissement de F de rapport k, alors F est une réduction de F' de rapport $\frac{1}{k}$.

Une configuration de Thalès est un cas particulier d'agrandissement ou de réduction.

Exemple:



La pyramide SIJKL est une réduction de la pyramide SABCD.
On donne AB = 6 cm, SA = 15 cm et SI = 5 cm.

Calculer la distance IJ.