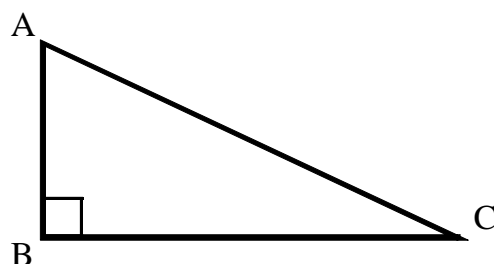


TRIANGLE RECTANGLE ET TRIGONOMETRIE

I) Le théorème de Pythagore :

Théorème de Pythagore :

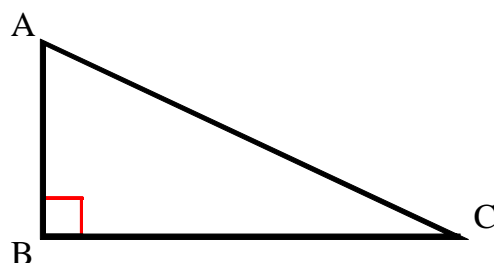
Si un triangle est rectangle, alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des autres côtés.



Le triangle ABC est rectangle en B donc $AC^2 = AB^2 + BC^2$.

Réciproque :

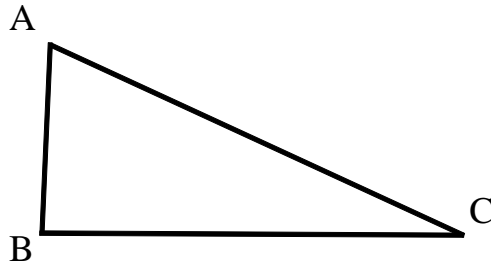
Si le carré de la longueur du plus grand côté d'un triangle est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, alors le triangle est rectangle et a pour hypoténuse le plus grand côté.



$AB^2 + BC^2 = AC^2$ donc le triangle ABC est rectangle en B.

Contraposée :

Si le carré de la longueur du plus grand côté d'un triangle n'est pas égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, alors le triangle n'est pas rectangle.



$AB^2 + BC^2 \neq AC^2$ donc le triangle ABC n'est pas rectangle en B.

3) Exemple :

a) Soit ABC un triangle rectangle en A.

On donne $BC = 8$ cm et $AB = 5$ cm.

- 1) Construire le triangle ABC.
- 2) Calculer la distance AC. Justifier.

b) Soit MNP un triangle tel que $MN = 6$ cm, $MP = 8$ cm et $NP = 10$ cm.

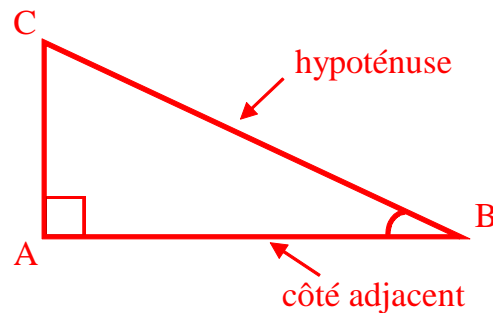
- 1) Construire le triangle MNP.
- 2) Quelle est la nature du triangle MNP ? Justifier.

II) Trigonométrie :

1) Cosinus d'un angle aigu :

a) Définition:

Soit ABC un triangle rectangle en A. On appelle cosinus de l'angle \widehat{ABC} , le quotient de la longueur du côté adjacent à l'angle \widehat{ABC} par la longueur de l'hypoténuse.



$$\cos \widehat{ABC} = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}} = \frac{AB}{BC}$$

b) Exemples :

1) Soit ABC un triangle rectangle en A, tel que $AB = 4$ cm et $\widehat{ABC} = 60^\circ$.

- Construire le triangle ABC.
- Calculer la distance BC.
- En déduire la distance AC.

2) Soit GHI un triangle rectangle en I, tel que $GH = 7$ cm et $GI = 3$ cm.

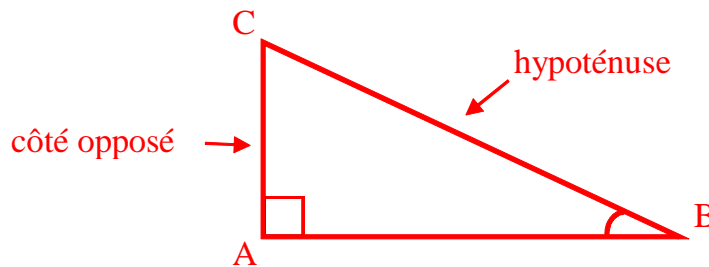
- Construire le triangle GHI.
- Calculer la distance HI.
- En déduire une mesure de l'angle \widehat{GHI} .
(on donnera l'arrondi au dixième)

2) Sinus d'un angle aigu :

a) Activité:

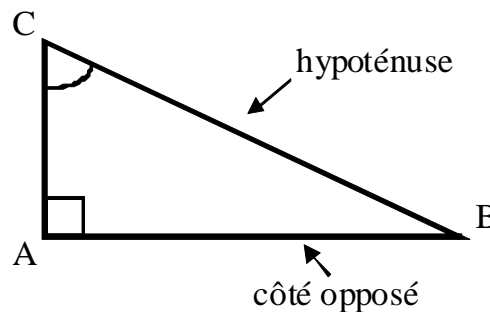
b) Définition:

Soit ABC un triangle rectangle en A . On appelle sinus de l'angle \widehat{ABC} , le quotient de la longueur du côté opposé à l'angle \widehat{ABC} par la longueur de l'hypoténuse.



$$\sin \widehat{ABC} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}} = \frac{AC}{BC}$$

c) Remarque:



$$\sin \widehat{ACB} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}} = \frac{AB}{BC}$$

d) Exemple:

Soit MNP un triangle rectangle en M tel que $MN = 3$ cm et $NP = 6$ cm.

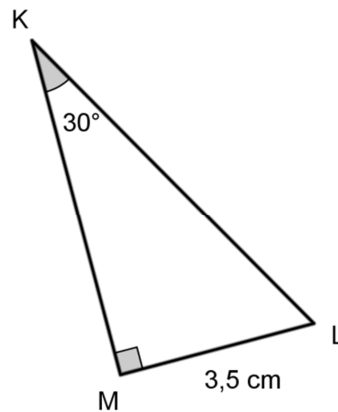
- 1) Construire le triangle MNP .
- 2) Calculer le sinus de l'angle \widehat{MPN} .

e) Calcul d'une longueur à l'aide du sinus d'un angle aigu:

Connaissant la mesure d'un angle aigu et la longueur de l'hypoténuse ou du côté opposé à cet angle, on peut calculer la longueur des autres côtés.

Exemple :

On donne la figure ci-dessous.



- a) Calculer LK.
- b) Calculer KM (arrondir au dixième de centimètre).

f) Calcul de la mesure d'un angle connaissant son sinus:

Pour calculer la mesure d'un angle connaissant le sinus de cet angle, on utilise la touche de la calculatrice : \sin^{-1} , arcsinus (asn). La calculatrice doit-être en degré.

Exemple 1:

Calculer une mesure de l'angle \widehat{BAC} tel que :
(on donnera l'arrondi au degré)

$$1) \sin \widehat{BAC} = \frac{1}{3} \qquad 2) \sin \widehat{BAC} = \frac{7}{11} \qquad 3) \sin \widehat{BAC} = \frac{8}{9}$$

Exemple 2:

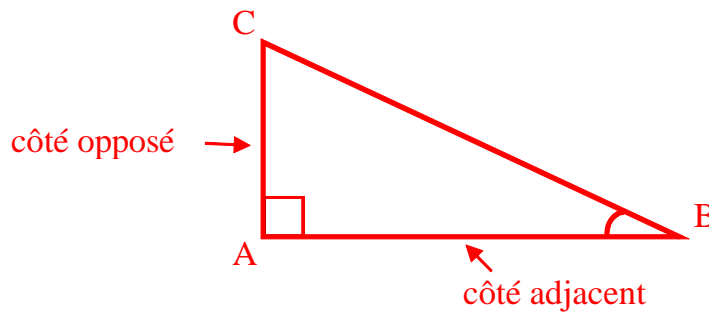
Soit RST un triangle rectangle en T tel que $ST = 4$ cm et $RS = 8,5$ cm.

- a) Construire le triangle RST.
- b) Calculer une mesure de l'angle \widehat{SRT} .
(On donnera l'arrondi au degré).

3) Tangente d'un angle aigu :

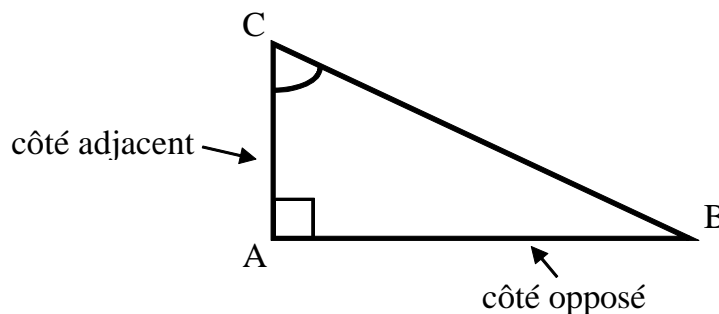
a) Définition:

Soit ABC un triangle rectangle en A . On appelle tangente de l'angle \widehat{ABC} , le quotient de la longueur du côté opposé à l'angle \widehat{ABC} par la longueur du côté adjacent à l'angle \widehat{ABC} .



$$\tan \widehat{ABC} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}} = \frac{AC}{AB}$$

b) Remarque:



$$\tan \widehat{ACB} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}} = \frac{AB}{AC}$$

c) Exemple:

Soit MNP un triangle rectangle en M tel que $MN = 2$ cm et $MP = 5$ cm.

- 1) Construire le triangle MNP .
- 2) Calculer la tangente de l'angle \widehat{MNP} .
- 3) Calculer la tangente de l'angle \widehat{MPN} .

d) Calcul d'une longueur à l'aide de la tangente d'un angle aigu:

Connaissant la mesure d'un angle aigu et la longueur du côté adjacent ou du côté opposé à cet angle, on peut calculer la longueur des autres côtés.

Exemple :

Soit KLM un triangle rectangle en M tel que $\widehat{LKM} = 60^\circ$ et $KM = 4 \text{ cm}$.

- a) Construire le triangle KLM.
- b) Calculer LM et LK. (on donnera l'arrondi au dixième)

e) Calcul de la mesure d'un angle connaissant sa tangente:

Pour calculer la mesure d'un angle connaissant la tangente de cet angle, on utilise la touche de la calculatrice : \tan^{-1} , arctangente (atn).

La calculatrice doit-être en degré.

Exemple 1:

Calculer une mesure de l'angle \widehat{BAC} tel que :
(on donnera l'arrondi au degré)

1) $\tan \widehat{BAC} = \frac{3}{4}$

2) $\tan \widehat{BAC} = 2$

3) $\tan \widehat{BAC} = 3,5$

4) $\tan \widehat{BAC} = 1$

Exemple 2:

Soit RST un triangle rectangle en T tel que $ST = 3 \text{ cm}$ et $RT = 7 \text{ cm}$.

- a) Construire le triangle RST.
- b) Calculer une mesure de l'angle \widehat{RST} .
(On donnera l'arrondi au degré).