

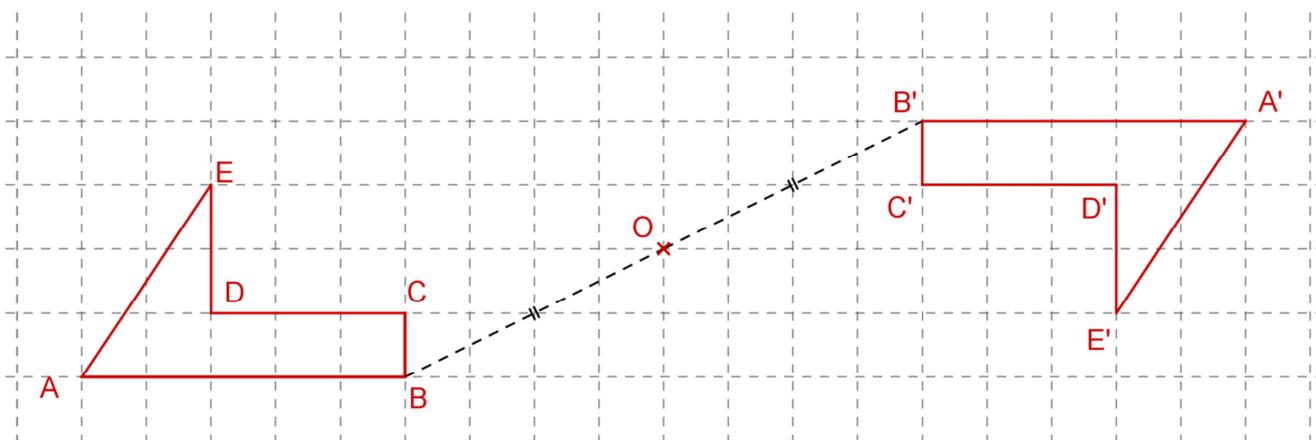
TRANSFORMATIONS DU PLAN

D) Symétries, translation et rotation :

A) Symétrie centrale :

Définition :

Le point M' est l'image du point M par la symétrie de centre le point O signifie que le point O est le milieu du segment $[MM']$.

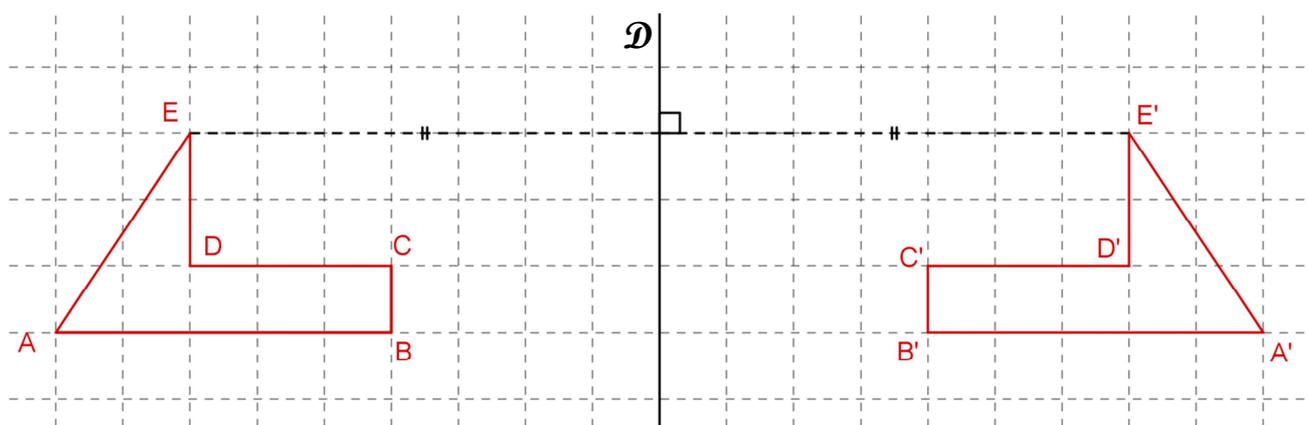


La figure $A'B'C'D'E'$ est l'image de la figure $ABCDE$ par la symétrie centrale de centre le point O .

B) Symétrie axiale :

Définition :

Le point M' est l'image du point M par la symétrie d'axe la droite \mathcal{D} signifie que la droite \mathcal{D} est la médiatrice du segment $[MM']$.

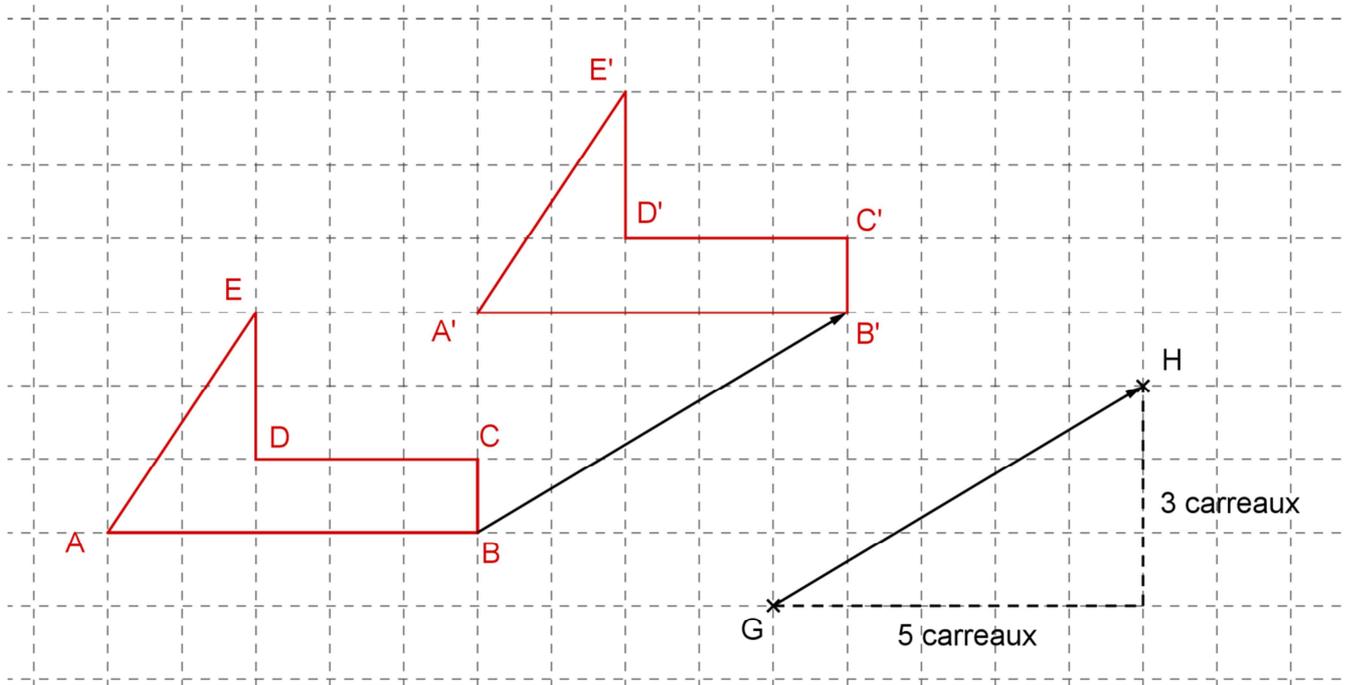


La figure $A'B'C'D'E'$ est l'image de la figure $ABCDE$ par la symétrie axiale d'axe la droite \mathcal{D} .

C) Translation :

Définition :

Transformer une figure par translation revient à la faire glisser.
Ce glissement est défini par une direction, un sens et une longueur.
On schématise ce glissement par une flèche.



La figure A'B'C'D'E' est obtenue par glissement de la figure ABCDE suivant la flèche GH.

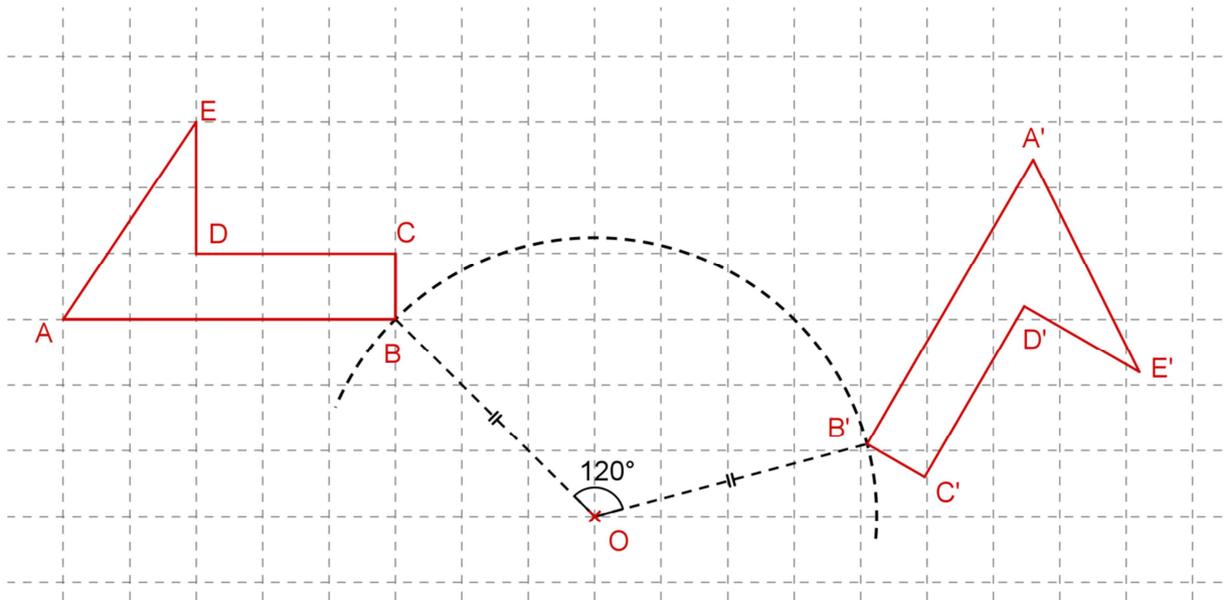
On dit que la figure A'B'C'D'E' est l'image de la figure ABCDE par la translation qui transforme G en H.

D) Rotation :

Définition :

Transformer une figure par rotation revient à la faire pivoter autour d'un point. Une rotation est définie par un centre, un angle et un sens de rotation (horaire ou anti-horaire).





On dit que la figure $A'B'C'D'E'$ est l'image de la figure $ABCDE$ par la rotation de centre O , d'angle 120° et de sens horaire.

Remarque :

La rotation de centre O est d'angle 180° est la symétrie centrale de centre O .

E) Propriétés :

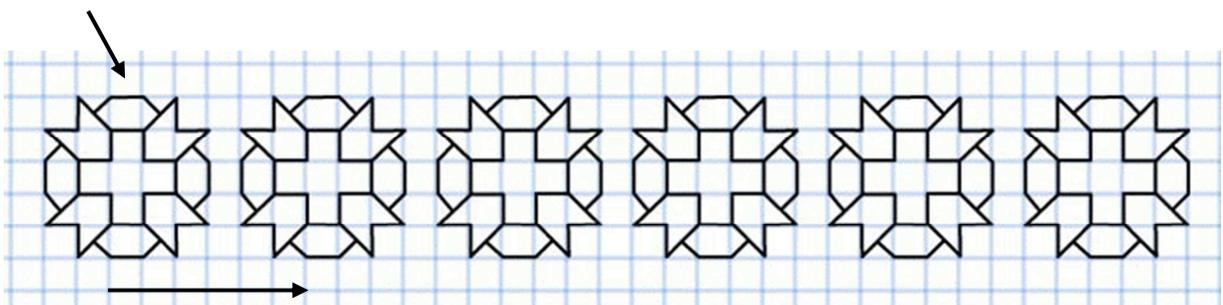
Les symétries (centrale et axiale), les translations et les rotations conservent l'alignement, les mesures des angles, les longueurs et les aires.

F) Applications des translations et des rotations :

1) La frise :

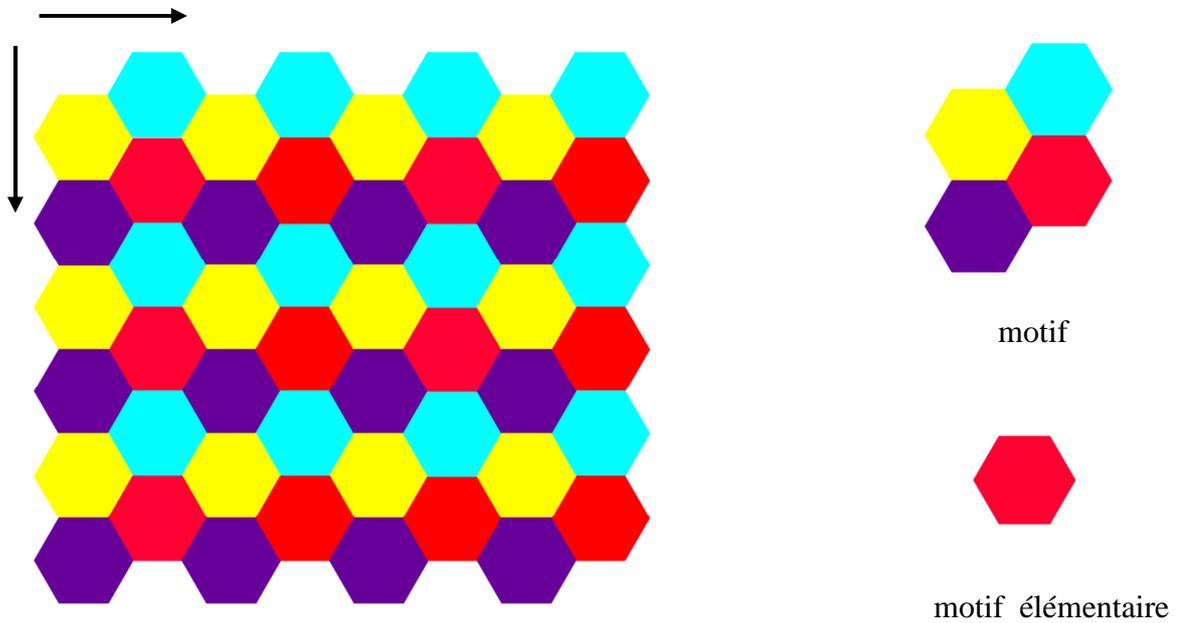
Une frise est constituée d'un motif qui est reproduit dans une seule direction par translation.

motif



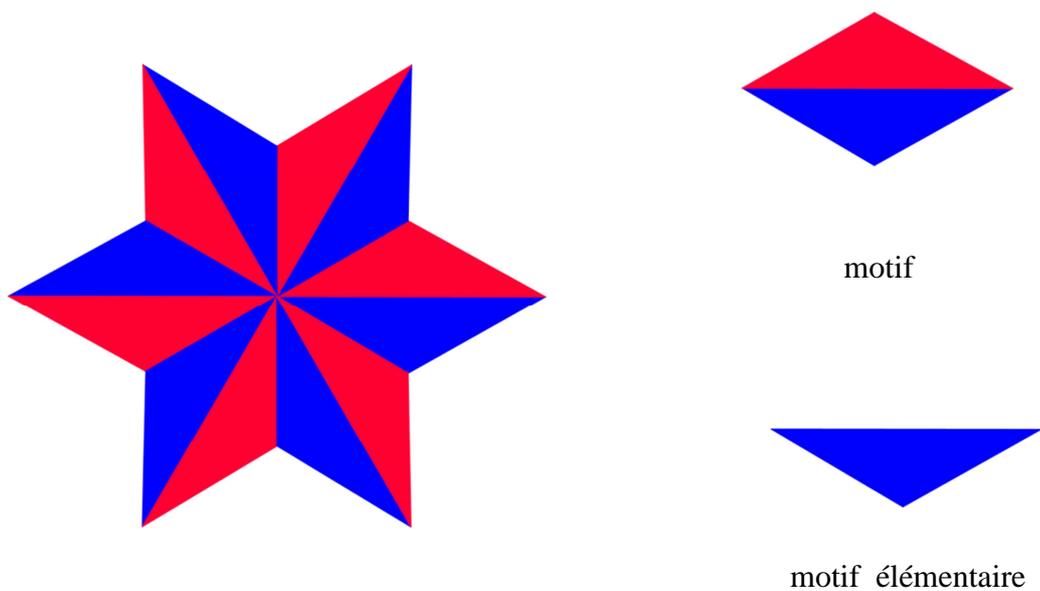
2) Le pavage :

Un pavage est constitué d'un motif qui est reproduit dans deux directions par des translations et qui recouvre le plan sans trou, ni superposition.



3) La rosace :

Une rosace est constituée d'un motif qui est reproduit plusieurs fois par rotation.



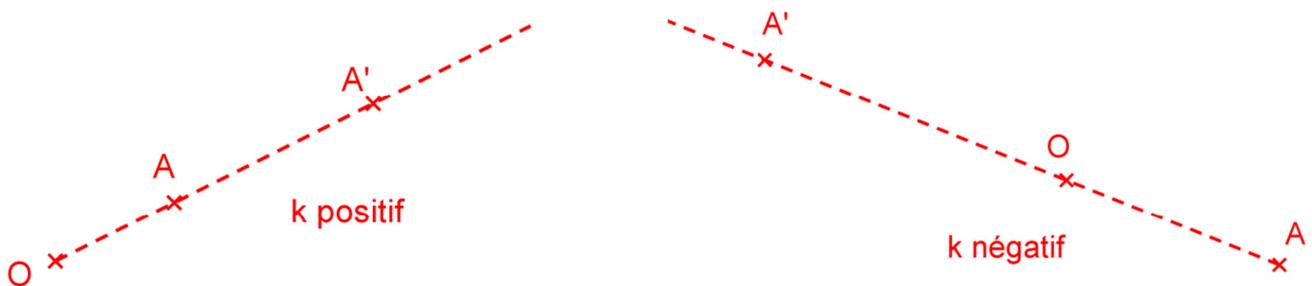
II) Les homothéties :

1) Définition :

Soit un point O et k un nombre relatif.

L'image du point A par l'homothétie de centre O et de rapport k est le point A' tel que :

- Si k est positif, le point A' appartient à la demi-droite $[OA)$ et $OA' = k \times OA$.
- Si k est négatif, le point A' appartient à la demi-droite $[AO)$ et $OA' = -k \times OA$.



Exemple :

- Soit deux points A et O tels que la distance $OA = 4$ cm. Construire le point A' , image du point A par l'homothétie de centre O et de rapport $1,5$.
- Soit deux points B et O tels que la distance $OB = 8$ cm. Construire le point B' , image du point B par l'homothétie de centre O et de rapport $-0,6$.
- Soit deux points C et O tels que la distance $OC = 5$ cm. Construire le point C' , image du point C par l'homothétie de centre O et de rapport -1 .
Que constatez-vous ?

2) Propriété :

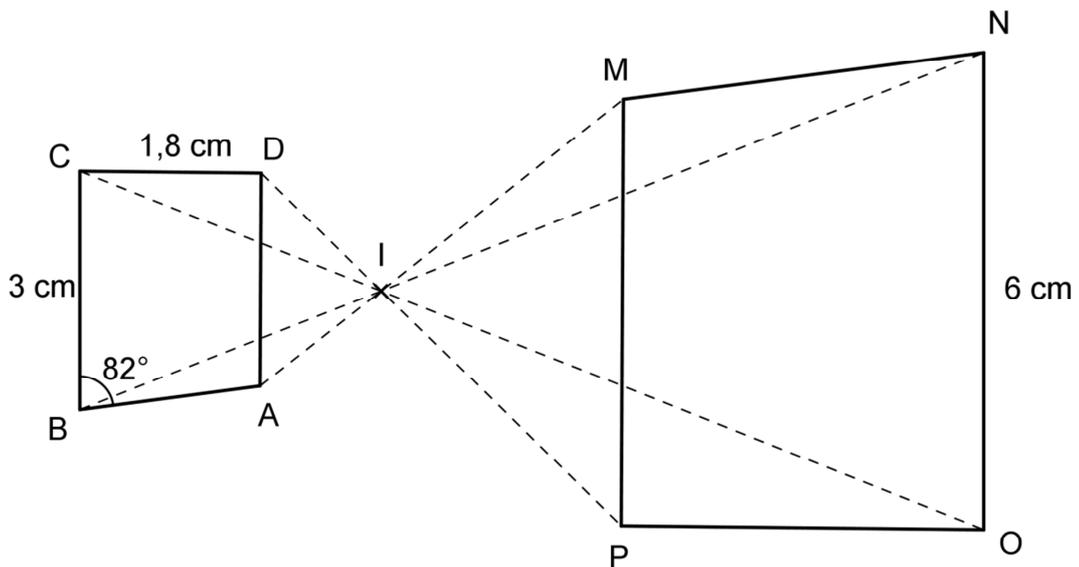
a) Propriété :

Une homothétie est un cas particulier des agrandissements et des réductions.

Par une homothétie, les mesures des angles sont conservées tandis que les longueurs sont proportionnelles.

b) Exemple :

Le trapèze MNOP est l'image du trapèze ABCD par l'homothétie de centre I.



- 1) Déterminer la mesure de l'angle \widehat{MNO} . Justifier.
- 2) Calculer la distance OP. Justifier.