

PUISSANCES ET GRANDEURS

I) Propriétés de calcul des puissances :

1) Activité:

2) Propriété 1 :

Soit a un nombre relatif non nul

Soit m et n deux nombres entiers relatifs

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$(a^m)^n = a^{m \times n}$$

Exemple :

$$A = 5^3 \times 5^4 = 5^{3+4} = 5^7$$

$$B = 2^{-3} = \frac{1}{2^3}$$

$$C = \frac{(0,4)^4}{(0,4)^2} = (0,4)^{4-2} = (0,4)^2$$

$$D = \left((-3)^2\right)^{-5} = (-3)^{2 \times (-5)} = (-3)^{-10}$$

Remarque :

Pour tout nombre entier n non nul

$$1^n = 1$$

Pour tout nombre relatif a

$$a^1 = a$$

$$8^1 = 8$$

Par convention, pour tout nombre relatif a non nul

$$a^0 = 1$$

$$(-2)^0 = 1$$

Les propriétés de calcul des puissances ne s'appliquent que lorsqu'on fait une multiplication ou une division.

$$11^6 + 11^4 \neq 11^{6+4}$$

$$11^6 - 11^4 \neq 11^{6-4}$$

3) Propriété 2 :

Soit a et b deux nombres relatifs

Soit n un nombre entier relatif

$$(a \times b)^n = a^n \times b^n$$

$$\left(\frac{1}{b}\right)^n = \frac{1}{b^n} = b^{-n} \quad \text{avec } b \text{ non nul}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} = a^n \times b^{-n} \quad \text{avec } b \text{ non nul}$$

Exemple :

$$A = 7^3 \times 4^3 = (7 \times 4)^3 = 28^3$$

$$B = \left(\frac{1}{9}\right)^3 = \frac{1}{9^3} = \frac{1}{729}$$

$$C = \frac{(-6)^{-1}}{(-2)^{-1}} = \left(\frac{-6}{-2}\right)^{-1} = (3)^{-1} = \frac{1}{3}$$

II) L'écriture scientifique d'un nombre décimal :

1) Définition :

L'écriture scientifique (ou la notation scientifique) d'un nombre décimal est l'unique forme $a \times 10^n$ dans laquelle le nombre a possède un seul chiffre non nul avant la virgule.

Exemples:

L'écriture scientifique de 71250 est

L'écriture scientifique de 0,0032 est

L'écriture scientifique de -4260000 est

Remarque :

Soit $a \times 10^n$ une écriture d'un nombre relatif.

Au niveau de a quand on déplace la virgule de p chiffres vers la gauche on augmente l'exposant de la puissance de 10 de p .

Au niveau de a quand on déplace la virgule de p chiffres vers la droite on diminue l'exposant de la puissance de 10 de p .

$$783,25 \times 10^3 = 7,8325 \times 10^{3+2} = 7,8325 \times 10^5$$

$$0,0000194 \times 10^2 = 1,94 \times 10^{2-5} = 1,94 \times 10^{-3}$$

2) Exemples :

Donner l'écriture scientifique des nombres suivants :

- a) 356 b) 216000 c) 0,0148 d) 53000×10^3
e) 0,00039 f) $0,07539 \times 10^{-1}$

3) Ordre de grandeur :

A) Activité:

Soit les nombres $A = 9,62 \times 10^5$ et $B = 2,6 \times 10^{-3}$

- 1) Calculer $A + B$, $A - B$, $A \times B$ et $\frac{A}{B}$, en détaillant les calculs.
- 2) Comment peut-on vérifier rapidement la cohérence des résultats ?

B) Remarque:

L'utilisation de l'ordre de grandeur permet de vérifier rapidement la cohérence du résultat d'une opération.

III) Changement d'unités :

1) Activité :

2) Exemples :

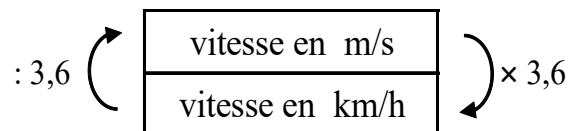
- a) La vitesse de propagation du son dans l'air est d'environ 340 m/s.
Convertir cette vitesse en km/h.
- b) La masse volumique de l'air au niveau de la mer à une température de 20° Celsius est d'environ $1,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$. Donner cette masse volumique en g / L .
- c) Le service informatique d'une entreprise estime que la vitesse de téléchargement des ordinateurs est de $64,8 \times 10^9$ octet par heure.
Déterminer cette vitesse en octet par seconde.

3) Conversions :

$$\begin{aligned} 1 \text{ litre} &= 1 \text{ dm}^3 & 1000 \text{ litres} &= 1 \text{ m}^3 \\ 1 \text{ h} &= 60 \text{ min} = 3600 \text{ s} & 1 \text{ min} &= 60 \text{ s} \\ 1 \text{ km} &= 1000 \text{ m} \end{aligned}$$

Pour passer de km/h à m/s, on divise par 3,6.

Pour passer de m/s à km/h, on multiplie par 3,6.



IV) Grandeurs :

1) Grandeurs simples :

Certaines grandeurs sont mesurables, on dit que ce sont des grandeurs simples.

Exemples:

La longueur d'un segment, le temps, la masse

2) Grandeurs composées :

A) Grandeur produit:

Une grandeur produit s'obtient en faisant un produit de grandeurs.

Exemples:

Aire d'un rectangle = longueur \times largeur

Distance = vitesse \times temps

Volume d'une pyramide = $\frac{1}{3} \times$ aire de la base \times hauteur

Energie cinétique = $\frac{1}{2} \times$ masse \times vitesse²

B) Grandeur quotient:

Une grandeur quotient s'obtient en faisant le quotient d'une grandeur par une autre grandeur.

Exemples:

Vitesse = $\frac{\text{distance}}{\text{temps}}$ Temps = $\frac{\text{distance}}{\text{vitesse}}$ Débit = $\frac{\text{volume}}{\text{temps}}$

Densité de population = $\frac{\text{nombre d'habitant}}{\text{superficie du territoire}}$

C) Remarque:

Pour le calcul de grandeurs composées, il faut faire très attention aux unités.

D) Application:

Exercice 1 :

Un cycliste roule sur une portion plate pendant 40 min à la vitesse de 33km/h. Il met ensuite 1h 12min pour monter une côte de 18 km, puis il fait demi-tour et redescend la même côte à la vitesse de 45 km/h.

- 1) Calculer v , sa vitesse moyenne pendant la montée.
- 2) Quelle distance d a-t-il parcourue sur la route plate ?
- 3) Calculer la durée t de la descente.

Exercice 2 :

Un automobiliste parcourt 72 km en 54 min.
Déterminer sa vitesse en km/h.

Exercice 3 :

Un cycliste roule pendant 2h 35min à la vitesse moyenne de 27 km/h.
Quelle distance a-t-il parcourue ?

Exercice 4:

En géographie, la densité de population s'obtient en divisant le nombre d'habitants d'une région par l'aire de cette région en km^2 .
En 2004, l'INSEE estimait qu'il y avait 60,56 millions d'habitants en France métropolitaine.

- 1) La France métropolitaine a une superficie d'environ 547 000 km^2 .
Déterminer la densité de la population.
(On donnera l'arrondi au dixième)
- 2) La principauté de Monaco a une superficie de 2,02 km^2 et sa densité est 143 fois celle de la France.
Combien y a-t-il d'habitants à Monaco (arrondir le résultat à la centaine la plus proche) ?

Exercice 5 :

Combien de litres d'eau faut-il pour remplir à ras bord une piscine de 75 m^3 ?
Sachant que le débit d'un robinet d'eau est de 0,5 litre par seconde, combien faudra-t-il de temps pour remplir la piscine ?

Exercice 6 :

L'énergie cinétique d'un objet de masse m soumis à une vitesse v est $E_c = \frac{1}{2}mv^2$

avec E_c en joules J, m en kg et v en m/s.

- 1) Calculer en joules l'énergie cinétique d'une balle de golf de 45g et dont la vitesse est 144 km/h.
- 2) Donner la masse d'une balle de tennis qui se déplace à 30 m/s et d'énergie cinétique 54 J.

V) Préfixe pour les puissances de 10 :

10^{24} yotta	Y	10^{-1} déci	d
10^{21} zetta	Z	10^{-2} centi	c
10^{18} exa	E	10^{-3} milli	m
10^{15} péta	P	10^{-6} micro	μ
10^{12} téra	T	10^{-9} nano	n
10^9 giga	G	10^{-12} pico	p
10^6 méga	M	10^{-15} femto	f
10^3 kilo	k	10^{-18} atto	a
10^2 hecto	h	10^{-21} zepto	z
10^1 déca	da	10^{-24} yocto	y