

## PUISSANCES ET GRANDEURS

### I) Propriétés de calcul des puissances :

#### 1) Activité:

#### 2) Propriété 1 :

Soit  $a$  un nombre relatif non nul

Soit  $m$  et  $n$  deux nombres entiers relatifs

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$(a^m)^n = a^{m \times n}$$

#### Exemple :

$$A = 5^3 \times 5^4 = 5^{3+4} = 5^7$$

$$B = 2^{-3} = \frac{1}{2^3}$$

$$C = \frac{(0,4)^4}{(0,4)^2} = (0,4)^{4-2} = (0,4)^2$$

$$D = \left((-3)^2\right)^{-5} = (-3)^{2 \times (-5)} = (-3)^{-10}$$

#### Remarque :

Pour tout nombre entier  $n$  non nul

$$1^n = 1$$

Pour tout nombre relatif  $a$

$$a^1 = a$$

$$8^1 = 8$$

Par convention, pour tout nombre relatif  $a$  non nul

$$a^0 = 1$$

$$(-2)^0 = 1$$

Les propriétés de calcul des puissances ne s'appliquent que lorsqu'on fait une multiplication ou une division.

$$11^6 + 11^4 \neq 11^{6+4}$$

$$11^6 - 11^4 \neq 11^{6-4}$$

### 3) Propriété 2 :

Soit a et b deux nombres relatifs

Soit n un nombre entier relatif

$$(a \times b)^n = a^n \times b^n$$

$$\left(\frac{1}{b}\right)^n = \frac{1}{b^n} = b^{-n} \quad \text{avec } b \text{ non nul}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} = a^n \times b^{-n} \quad \text{avec } b \text{ non nul}$$

Exemple :

$$A = 7^3 \times 4^3 = (7 \times 4)^3 = 28^3$$

$$B = \left(\frac{1}{9}\right)^3 = \frac{1}{9^3} = \frac{1}{729}$$

$$C = \frac{(-6)^{-1}}{(-2)^{-1}} = \left(\frac{-6}{-2}\right)^{-1} = (3)^{-1} = \frac{1}{3}$$

## II) L'écriture scientifique d'un nombre décimal :

### 1) Définition :

L'écriture scientifique (ou la notation scientifique) d'un nombre décimal est l'unique forme  $a \times 10^n$  dans laquelle le nombre a possède un seul chiffre non nul avant la virgule.

Exemples:

L'écriture scientifique de 71250 est

L'écriture scientifique de 0,0032 est

L'écriture scientifique de -4260000 est

Remarque :

Soit  $a \times 10^n$  une écriture d'un nombre relatif.

Au niveau de  $a$  quand on déplace la virgule de  $p$  chiffres vers la gauche on augmente l'exposant de la puissance de 10 de  $p$ .

Au niveau de  $a$  quand on déplace la virgule de  $p$  chiffres vers la droite on diminue l'exposant de la puissance de 10 de  $p$ .

$$783,25 \times 10^3 = 7,8325 \times 10^{3+2} = 7,8325 \times 10^5$$

$$0,0000194 \times 10^2 = 1,94 \times 10^{2-5} = 1,94 \times 10^{-3}$$

2) Exemples :

Donner l'écriture scientifique des nombres suivants :

- a) 356      b) 216000      c) 0,0148      d)  $53000 \times 10^3$   
e) 0,00039      f)  $0,07539 \times 10^{-1}$

3) Ordre de grandeur :

A) Activité:

Soit les nombres  $A = 9,62 \times 10^5$  et  $B = 2,6 \times 10^{-3}$

- 1) Calculer  $A + B$ ,  $A - B$ ,  $A \times B$  et  $\frac{A}{B}$ , en détaillant les calculs.
- 2) Comment peut-on vérifier rapidement la cohérence des résultats ?

B) Remarque:

L'utilisation de l'ordre de grandeur permet de vérifier rapidement la cohérence du résultat d'une opération.

### III) Changement d'unités :

#### 1) Activité :

#### 2) Exemples :

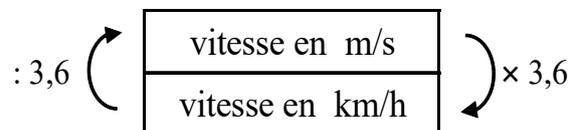
- a) La vitesse de propagation du son dans l'air est d'environ 340 m/s.  
Convertir cette vitesse en km/h.
- b) La masse volumique de l'air au niveau de la mer à une température de 20° Celsius est d'environ  $1,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ . Donner cette masse volumique en g / L .
- c) Le service informatique d'une entreprise estime que la vitesse de téléchargement des ordinateurs est de  $64,8 \times 10^9$  octet par heure.  
Déterminer cette vitesse en octet par seconde.

#### 3) Conversions :

$$\begin{aligned} 1 \text{ litre} &= 1 \text{ dm}^3 & 1000 \text{ litres} &= 1 \text{ m}^3 \\ 1 \text{ h} &= 60 \text{ min} = 3600 \text{ s} & 1 \text{ min} &= 60 \text{ s} \\ 1 \text{ km} &= 1000 \text{ m} \end{aligned}$$

Pour passer de km/h à m/s, on divise par 3,6.

Pour passer de m/s à km/h, on multiplie par 3,6.



#### IV) Grandeurs :

##### 1) Grandeurs simples :

Certaines grandeurs sont mesurables, on dit que ce sont des grandeurs simples.

##### Exemples:

La longueur d'un segment, le temps, la masse .....

##### 2) Grandeurs composées :

###### A) Grandeur produit:

Une grandeur produit s'obtient en faisant un produit de grandeurs.

###### Exemples:

Aire d'un rectangle = longueur  $\times$  largeur

Distance = vitesse  $\times$  temps

Volume d'une pyramide =  $\frac{1}{3} \times$  aire de la base  $\times$  hauteur

Energie cinétique =  $\frac{1}{2} \times$  masse  $\times$  vitesse<sup>2</sup>

###### B) Grandeur quotient:

Une grandeur quotient s'obtient en faisant le quotient d'une grandeur par une autre grandeur.

###### Exemples:

Vitesse =  $\frac{\text{distance}}{\text{temps}}$       Temps =  $\frac{\text{distance}}{\text{vitesse}}$       Débit =  $\frac{\text{volume}}{\text{temps}}$

Densité de population =  $\frac{\text{nombre d'habitant}}{\text{superficie du territoire}}$

###### C) Remarque:

Pour le calcul de grandeurs composées, il faut faire très attention aux unités.

###### D) Application:

### Exercice 1 :

Un cycliste roule sur une portion plate pendant 40 min à la vitesse de 33km/h. Il met ensuite 1h 12min pour monter une côte de 18 km, puis il fait demi-tour et redescend la même côte à la vitesse de 45 km/h.

- 1) Calculer  $v$ , sa vitesse moyenne pendant la montée.
- 2) Quelle distance  $d$  a-t-il parcourue sur la route plate ?
- 3) Calculer la durée  $t$  de la descente.

### Exercice 2 :

Un automobiliste parcourt 72 km en 54 min.  
Déterminer sa vitesse en km/h.

### Exercice 3 :

Un cycliste roule pendant 2h 35min à la vitesse moyenne de 27 km/h.  
Quelle distance a-t-il parcourue ?

### Exercice 4:

En géographie, la densité de population s'obtient en divisant le nombre d'habitants d'une région par l'aire de cette région en  $\text{km}^2$ .  
En 2004, l'INSEE estimait qu'il y avait 60,56 millions d'habitants en France métropolitaine.

- 1) La France métropolitaine a une superficie d'environ 547 000  $\text{km}^2$ .  
Déterminer la densité de la population.  
(On donnera l'arrondi au dixième)
- 2) La principauté de Monaco a une superficie de 2,02  $\text{km}^2$  et sa densité est 143 fois celle de la France.  
Combien y a-t-il d'habitants à Monaco (arrondir le résultat à la centaine la plus proche) ?

### Exercice 5 :

Combien de litres d'eau faut-il pour remplir à ras bord une piscine de 75  $\text{m}^3$  ?  
Sachant que le débit d'un robinet d'eau est de 0,5 litre par seconde, combien faudra-t-il de temps pour remplir la piscine ?

Exercice 6 :

L'énergie cinétique d'un objet de masse  $m$  soumis à une vitesse  $v$  est  $E_c = \frac{1}{2}mv^2$

avec  $E_c$  en joules J,  $m$  en kg et  $v$  en m/s.

- 1) Calculer en joules l'énergie cinétique d'une balle de golf de 45g et dont la vitesse est 144 km/h.
- 2) Donner la masse d'une balle de tennis qui se déplace à 30 m/s et d'énergie cinétique 54 J.

V) Préfixe pour les puissances de 10 :

$10^{24}$ yotta	Y	$10^{-1}$ déci	d
$10^{21}$ zetta	Z	$10^{-2}$ centi	c
$10^{18}$ exa	E	$10^{-3}$ milli	m
$10^{15}$ péta	P	$10^{-6}$ micro	$\mu$
$10^{12}$ téra	T	$10^{-9}$ nano	n
$10^9$ giga	G	$10^{-12}$ pico	p
$10^6$ méga	M	$10^{-15}$ femto	f
$10^3$ kilo	k	$10^{-18}$ atto	a
$10^2$ hecto	h	$10^{-21}$ zepto	z
$10^1$ déca	da	$10^{-24}$ yocto	y