

LES PROBABILITES

I) Définitions :

1) Expérience aléatoire:

Une expérience est dite aléatoire lorsqu'on ne peut pas prévoir avec certitude le résultat.

Exemple :

On lance une pièce de 1 € et on observe le côté qu'elle présente une fois retombée.

Le résultat est soit pile soit face : on ne peut pas savoir avant d'avoir jeté la pièce. C'est une expérience aléatoire.

2) Issue :

Chaque résultat possible d'une expérience aléatoire est appelé une issue.

Exemple :

Reprenons l'exemple précédent, l'expérience aléatoire a deux issues :

- pile
- face

3) Événement :

Un événement est constitué d'une ou plusieurs issues d'une expérience aléatoire.

Exemple :

On jette un dé cubique dont les faces sont numérotées de 1 à 6 et on note le numéro inscrit sur la face supérieure du dé.

Soit l'événement A : « obtenir un nombre pair »

$$A = \{ 2 ; 4 ; 6 \}$$

L'événement A est constitué de trois issues.

Soit l'événement B : « obtenir le 5 »

$$B = \{ 5 \}$$

L'événement B est constitué d'une issue.

II) Calcul de probabilités :

1) Activité:

2) Définition :

La probabilité d'un événement est égale à la somme des probabilités des issues qui le constituent.

3) Propriété 1 :

Lors d'une expérience aléatoire, la somme des probabilités de toutes les issues est égale à 1.

Pour tout événement A,

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

4) Propriété 2 :

Lors d'une expérience aléatoire, quand toutes les issues ont la même probabilité, on dit qu'il s'agit d'une situation d'équiprobabilité.

La probabilité d'un événement A, notée P(A) est alors

$$P(A) = \frac{\text{nombre d'issues constituant A}}{\text{nombre total d'issues}}$$

Exemples:

a) On lance un dé cubique, non truqué, dont les faces sont numérotées de 1 à 6.

Calculer la probabilité de l'événement A: « obtenir un nombre pair ».

b) On lance un dé cubique truqué dont les faces sont numérotées de 1 à 6. La probabilité d'apparition de chaque face est donnée dans le tableau suivant :

Face	1	2	3	4	5	6
Probabilité	0,181	0,198	0,132	0,154		0,175

- 1) Calculer $P(5)$.
- 2) Calculer la probabilité de l'événement A: « obtenir un nombre impair ».

5) Événement certain :

Un événement est dit certain s'il se réalise nécessairement, sa probabilité est égale à 1.

Exemple:

Reprenons l'exemple a) du dé non truqué.

Soit A l'événement : « obtenir un nombre compris entre 1 et 6 »

$$P(A) = \frac{6}{6} = 1$$

6) Événement impossible :

Un événement est dit impossible s'il ne peut pas se réaliser, sa probabilité est égale à 0.

Exemple:

Reprenons l'exemple a) du dé non truqué.

Soit A l'événement : « obtenir le nombre 7 »

$$P(A) = 0$$

7) Événement contraire :

L'événement contraire d'un événement A est l'événement qui se réalise lorsque A ne se réalise pas. On le note \bar{A} ou non A.

La probabilité pour que \bar{A} se réalise est $1 - P(A)$.

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

$$P(A) = 1 - P(\bar{A})$$

$$P(\bar{A}) + P(A) = 1$$

Exemple:

On dispose d'un jeu de 32 cartes. On tire au hasard une carte.

Soit A l'événement : « tirer un trèfle »

\bar{A} : « tirer un carreau ou un cœur ou un pique »

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - \frac{8}{32} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

III) Représentation :

1) Arbre des possibles:

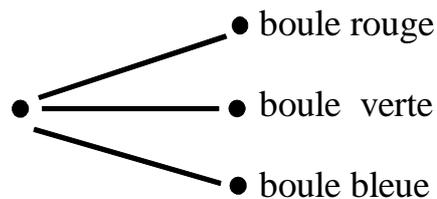
L'arbre des possibles d'une expérience aléatoire indique chacune de ses issues.

Exemple:

Une urne contient 7 boules : 3 rouges, 2 vertes et 2 bleues.

On tire au hasard une boule de l'urne.

Arbre des possibles



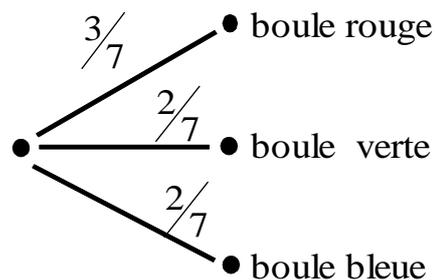
2) Arbre pondéré des possibles :

Quand on fait figurer, sur chaque branche de l'arbre des possibles, la probabilité de l'issue correspondante, on obtient l'arbre pondéré des possibles.

Exemple:

Reprenons l'exemple précédent

Arbre pondéré des possibles



IV) Expérience à deux épreuves :

Une expérience est constituée de deux épreuves. On dispose pour cela de deux urnes.

L'urne 1 contient 3 boules bleues et une boule rouge.

L'urne 2 contient 4 boules jaunes, 3 boules vertes et 2 boules noires.

Dans un premier temps, on tire une boule dans l'urne 1 et on note sa couleur puis dans un deuxième temps, on tire une boule dans l'urne 2 et on note sa couleur.

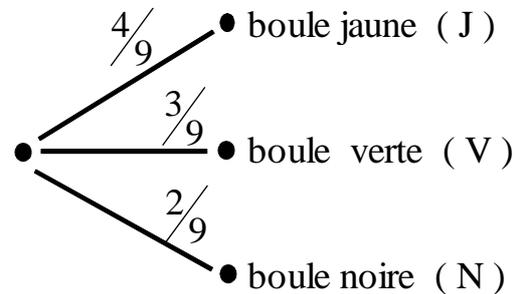
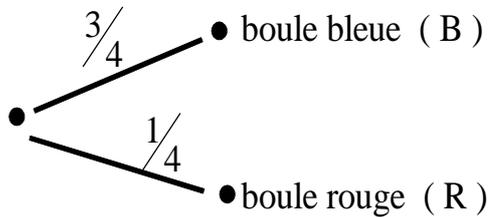
Représentons l'arbre pondéré des possibles de chacune des épreuves.

Première épreuve

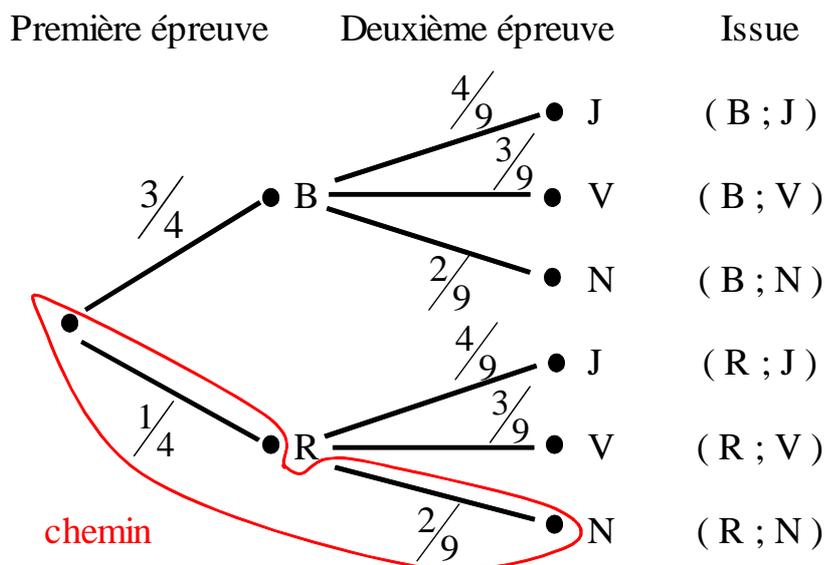
Deuxième épreuve

Arbre pondéré des possibles

Arbre pondéré des possibles



On peut alors construire l'arbre pondéré des possibles de cette expérience à deux épreuves.



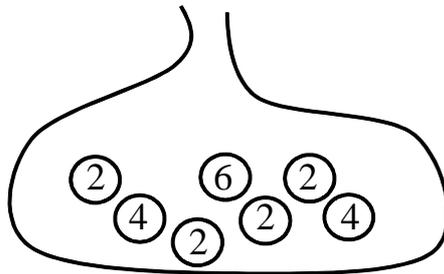
Sur l'arbre (pondéré) des possibles d'une expérience aléatoire, une succession de branches est appelé un chemin.

Dans un arbre, la probabilité d'une issue à laquelle conduit un chemin est égale au produit des probabilités rencontrées lors de ce chemin.

$$P((B ; J)) = \frac{3}{4} \times \frac{4}{9} = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

Exemple :

Un sac contient 7 jetons : quatre numérotés 2, deux numérotés 4 et un numéroté 6.



On tire au hasard un jeton, on note le numéro indiqué sur le jeton. On remet le jeton dans le sac et on effectue un second tirage.

- 1) Construire l'arbre pondéré des possibles de cette expérience à deux épreuves.
- 2) Calculer la probabilité de l'issue (2 ; 6).
- 3) Calculer la probabilité de l'issue (6 ; 4).