

## EQUATION ET INEQUATION

### I) Equation du premier degré : Rappel :

#### 1) Définitions:

##### Définition 1 :

Une équation est une égalité dans laquelle interviennent un ou plusieurs nombres inconnus.

##### Exemple :

$3x + 5 = x - 2$  est une équation d'inconnue  $x$

##### Définition 2 :

Résoudre une équation d'inconnue  $x$ , c'est trouver toutes les valeurs possibles du nombre  $x$  qui vérifient l'égalité. Ces valeurs sont appelées solutions de l'équation.

##### Exemple :

Reprenons l'équation précédente,  $3x + 5 = x - 2$ .

Les nombres 4 et  $-3,5$  sont-ils solutions de cette équation ?

#### 2) Activité:

#### 3) Propriétés:

##### Propriété 1 :

Lors des opérations d'addition et de soustraction quand on passe un nombre de l'autre côté du symbole égal, on change son signe.

##### Exemples :

$$x + 5 = 3$$

$$x = 3 - 5$$

$$x = -2$$

$$2x = x - 6$$

$$2x - x = -6$$

$$x = -6$$

$$4x - 5 = 7 + 3x$$

$$4x - 3x = 7 + 5$$

$$x = 12$$

Propriété 2 :

Lors d'une multiplication quand on passe un facteur de l'autre côté du symbole égal, on divise par ce nombre.

Exemples :

$$-2x = 5$$

$$x = \frac{5}{-2}$$

$$x = -\frac{5}{2}$$

$$3x = 7$$

$$x = \frac{7}{3}$$

Propriété 3 :

Lors d'une division quand on passe le dénominateur de l'autre côté du symbole égal, on multiplie par ce nombre.

Exemples :

$$\frac{x}{3} = -8$$

$$x = -8 \times 3$$

$$x = -24$$

$$\frac{x}{-2} = -9$$

$$x = -9 \times (-2)$$

$$x = 18$$

4) Exemples :

Résoudre les équations suivantes :

a)  $2x - 6 = 11$

b)  $3x + 5 = -4x - 9$

c)  $5(x - 2) - 3(4x + 1) = 7x + 8$

d)  $\frac{x}{4} - 5 = \frac{x}{2} + 1$

e)  $\frac{3x}{2} - \frac{1+x}{4} = 8x + \frac{1}{8}$

Remarques :

- Lors des opérations d'additions et soustractions, avant de changer de côté, certains termes, il est préférable de réduire chaque membre.

$$\begin{aligned}5x - 7 + 6x - 3 &= 2x - 8 - 3x + 5 \\11x - 10 &= -x - 3\end{aligned}$$

- Quand les fractions sont sur des dénominateurs différents, on les met sur le même dénominateur qu'on supprime ensuite.

$$\frac{x}{3} + 2 = \frac{x+5}{2} - \frac{1}{6}$$

$$\begin{aligned}\frac{2x}{6} + \frac{12}{6} &= \frac{3(x+5)}{6} - \frac{1}{6} \\2x + 12 &= 3x + 15 - 1\end{aligned}$$

- Quand on supprime un moins devant une fraction, on change tous les signes du numérateur.

$$\begin{aligned}\frac{1}{5} - \frac{2x-3}{5} &= \frac{4}{5} \\1 - 2x + 3 &= 4\end{aligned}$$

II) Résolution d'un problème:

1) Méthode de résolution d'un problème :

Dans une assemblée, vingt personnes ont plus de 30 ans, un quart a entre 20 et 30 ans et un tiers a moins de 20 ans.

Quel est le nombre de personnes de cette assemblée ?

Etape 1 : Choisir l'inconnue

Soit  $x$  le nombre de personnes de l'assemblée.

Etape 2 : Mettre le problème en équation

$$\text{Un quart des personnes} = \frac{x}{4}$$

$$\text{Un tiers des personnes} = \frac{x}{3}$$

$$20 + \frac{x}{4} + \frac{x}{3} = x$$

Etape 3 : Résoudre l'équation

$$20 + \frac{x}{4} + \frac{x}{3} = x$$

$$\frac{240}{12} + \frac{3x}{12} + \frac{4x}{12} = \frac{12x}{12}$$

$$240 + 3x + 4x = 12x$$

$$240 + 7x = 12x$$

$$7x - 12x = -240$$

$$-5x = -240$$

$$x = \frac{-240}{-5}$$

$$x = 48$$

Etape 4 : Vérifier

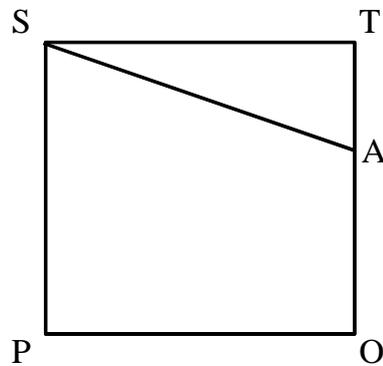
$$20 + \frac{48}{4} + \frac{48}{3} = 20 + 12 + 16 = 48$$

Etape 5 : Conclure

Il y a 48 personnes dans cette assemblée.

Exemple :

STOP est un carré de 20 cm de côté. Où faut-il placer le point A sur le segment [TO] pour que l'aire du triangle STA soit le quart de l'aire du trapèze AOPS ?



### III) Equation produit:

#### 1) Définition:

Une équation produit est une équation de la forme  $A \times B = 0$ .

Exemple :

$$(2x - 5)(x + 1) = 0$$

#### 2) Propriété:

Pour tous nombres A et B

$$A \times B = 0 \text{ équivaut à } A = 0 \text{ ou } B = 0$$

Exemple :

Résoudre l'équation  $(2x - 5)(x + 1) = 0$

$$(2x - 5)(x + 1) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \begin{array}{l} 2x - 5 = 0 \\ 2x = 5 \\ x = \frac{5}{2} \end{array} \quad \text{ou} \quad \begin{array}{l} x + 1 = 0 \\ x = -1 \end{array}$$

$-1$  et  $\frac{5}{2}$  sont les solutions de l'équation.

#### IV) Inéquation du premier degré:

##### 1) Définitions:

###### Définition 1 :

Une inéquation est une inégalité dans laquelle interviennent un ou plusieurs nombres inconnus.

###### Exemple :

$-5x + 20 < 2x + 3$  est une inéquation d'inconnue  $x$

$3x + 5y \geq 0$  est une inéquation d'inconnues  $x$  et  $y$ .

###### Définition 2 :

Résoudre une inéquation d'inconnue  $x$ , c'est trouver toutes les valeurs possibles du nombre  $x$  qui vérifient l'inégalité. Ces valeurs sont appelées solutions de l'inéquation.

##### 2) Activité:

##### 3) Propriétés:

###### Propriété 1 :

La plupart des règles de calcul utilisées lors de la résolution d'une équation restent valables pour la résolution d'une inéquation.

###### Propriété 2 :

Lors de la résolution d'une inéquation quand on divise ou quand on multiplie par un nombre négatif, l'ordre est changé.

###### Exemples :

$$2x > 1$$

$$-4x \geq 3$$

$$\frac{x}{3} < 7$$

$$\frac{x}{-6} \leq 5$$

$$x > \frac{1}{2}$$

$$x \leq \frac{3}{-4}$$

$$x < 7 \times 3$$

$$x \geq 5 \times (-6)$$

$$x \leq -\frac{3}{4}$$

$$x < 21$$

$$x \geq -30$$

4) Exemples:

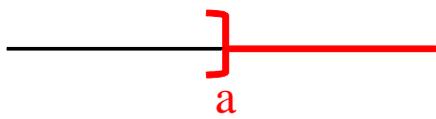
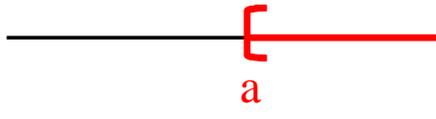
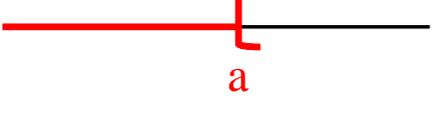
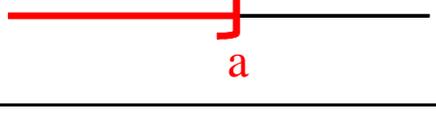
Résoudre les inéquations suivantes :

a)  $-3x + 5 \leq 2$

b)  $2x + 3 > 4x - 5$

c)  $\frac{2x+7}{3} - \frac{x+1}{6} \geq 4x$

5) Représentation graphique des solutions d'une inéquation :

Inéquation	Représentation graphique
$x > a$	
$x \geq a$	
$x < a$	
$x \leq a$	

Exemple :

Résoudre l'inéquation suivante et représenter les solutions sur un axe :

$$\frac{3x}{2} + 5 \geq -x + \frac{3}{4}$$

6) Résolution d'un problème :

Achetée en magasin, une cartouche d'encre noire pour imprimante coûte 17,90 €. Achetée sur un site Internet, la même cartouche coûte 16,50 €, mais il y a des frais de port d'un montant de 4,90 € quel que soit le nombre de cartouches achetées.

A partir de combien de cartouches achetées l'achat sur Internet est-il plus avantageux qu'en magasin ?

V) Equation du second degré de la forme  $x^2 = a$  où  $a$  est un nombre positif :

1) Méthode de résolution:

Résoudre l'équation  $x^2 = 121$ .

$$\begin{aligned}x^2 &= 121 \\x^2 - 121 &= 0 \\x^2 - 11^2 &= 0 \\(x + 11)(x - 11) &= 0 \quad \Leftrightarrow \quad \begin{array}{l} x + 11 = 0 \\ x = -11 \end{array} \quad \text{ou} \quad \begin{array}{l} x - 11 = 0 \\ x = 11 \end{array}\end{aligned}$$

11 et  $-11$  sont les solutions de l'équation.

Exemple :

Résoudre les équations suivantes:

a)  $x^2 = 49$

b)  $x^2 = 17$

c)  $x^2 = 0$

d)  $4x^2 = 25$